UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

TÁCIO VITALIANO DA SILVA

A COMPREENSÃO DA IDÉIA DO NÚMERO RACIONAL E SUAS OPERAÇÕES NA EJA: UMA FORMA DE INCLUSÃO EM SALA DE AULA

NATAL

2007

TACIO VITALIANO DA SILVA

A COMPREENSÃO DA IDÉIA DO NÚMERO RACIONAL E SUAS OPERAÇÕES NA EJA: UMA FORMA DE INCLUSÃO EM SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Arlete de Jesus Brito.

NATAL

2007

TÁCIO VITALIANO DA SILVA

A COMPREENSÃO DA IDÉIA DO NÚMERO RACIONAL E SUAS OPERAÇÕES NA EJA: UMA FORMA DE INCLUSÃO EM SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Aprovada em: ___/___/___

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Dra. Bernadete Barbosa Morey - Presidente, Coordenadora do PPGECNM, Universidade Federal do Rio Grande do Norte

____

Profª. Dra. Cláudia Helena Dezotti- Examinadora Externa, Universidade Federal Rural de Pernambuco

____

Profª. Dra. Claudianny Amorim Noronha – Examinadora Interna, Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Dedico aos meus pais e toda minha família.

AGRADECIMENTOS

À Deus que me proporcionou condições de desenvolver este trabalho.

À Profª. Dra. Arlete de Jesus Brito pela competência desta orientação, tornando relevante sugestões e críticas cabíveis ao trabalho e auxiliando na realização desta pesquisa.

Aos Professores Dr. Iran de Abreu Mendes, Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo, Dra. Márcia Gorette, Dra. Claudianny Amorim Noronha, Dra. Cláudia Helena Dezotti, pelas orientações e sugestões as quais foram significativas à concretização deste trabalho.

À direção da Escola Municipal Ferreira Itajubá pela oportunidade de realização desta pesquisa.

À Profª. Josete pelo apoio pedagógico e aos alunos que contribuíram como parte principal à realização deste trabalho.

À equipe de professores e funcionários da referida escola pelo apoio dado ao desenvolvimento desta pesquisa.

À Nízia e Iguaracy da Secretaria da Pós-Graduação pela cooperação prestada à nossa pesquisa.

À minha família pelo incentivo e compreensão.

À Sandra Rodrigues pelas sugestões.

Aos meus Amigos e Professores da Pós-Graduação, que contribuíram para a melhoria deste trabalho.

“Programados para aprender e impossibilitados de viver sem a referência de um amanhã, onde quer que haja mulheres e homens há sempre o que fazer, há sempre o que ensinar, há sempre o que aprender”.

Paulo Freire

RESUMO

A consciência da dificuldade que alunos, em geral, têm em compreender o conceito e operações com Números Racionais, nos fez desenvolver este estudo que busca colaborar para tal compreensão. Nosso intuito foi fazer com que os alunos da Educação de Jovens e Adultos, com dificuldade em compreender os Números Racionais, sintam-se inclusos no processo ensino-aprendizagem de matemática. Trata-se de uma pesquisa em sala de aula, numa abordagem qualitativa com análise das atividades resolvidas por um grupo de alunos, em sala de aula de uma escola municipal de Natal. Para elaborarmos tais atividades, realizamos o levantamento de dificuldades e obstáculos que os alunos têm, quando inseridos no processo de ensino-aprendizagem dos Números Racionais. Os resultados indicam que a seqüência de atividades aplicadas em sala de aula colaboraram para que os alunos superassem alguns entraves na aprendizagem destes números.

Palavras-chave: Números Racionais. Educação Matemática. Conceito.

ABSTRACT

The awareness of the difficulty which pupils, in general have in understanding the concept and operations with Rational numbers, it made to develop this study which searches to collaborate for such understanding. Our intuition was to do with that the pupils of the *Education of Young and Adults,* with difficulty in understanding the Rational numbers, feel included in the learning-teaching process of mathematics. It deals with a classroom research in a qualitative approach with analysis of the activities resolved for a group of pupils in classroom of a municipal school of Natal. For us elaborate such activities we accomplished the survey difficulties and obstacles that the pupils experience, when inserted in the learning-teaching process of the Rational numbers. The results indicate that the sequence of activities applied in classroom collaborated so that the pupils to overcome some impediments in the learning of this numbers.

KEY-WORDS: Rational Numbers. Mathematical Education. Concept

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O trabalho ora realizado no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, teve como objetivo analisar o potencial de uma seqüência didática para a inclusão de alunos de EJA (Educação de Jovens e Adultos) no processo de ensino-aprendizagem. Este objetivo relaciona-se à seguinte problemática: como poderia ser desenvolvido o ensino dos Números Racionais na representação fracionária e decimal, considerando o conhecimento do aluno e seus questionamentos, de modo que tais alunos passassem a se sentir inclusos no processo de ensino-aprendizagem de matemática?

Nosso intuito é contribuir com a melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem desses alunos, considerando não só os seus conhecimentos prévios, mas dando-lhes condições de transpor as fronteiras do conhecimento informal, para o conhecimento matemático sistemático, fator importante para a inclusão em sala de aula. Carraher, Carraher e Schliemann (1995, p. 27) afirmam que: “[...] era necessário conhecer melhor a matemática inerente às atividades da vida diária [...] a fim de construir, a partir dessa matemática, pontes e ligações efetivas para a matemática mais abstrata”. Entendemos que a escola enquanto entidade educativa deve promover meios com o intuito de reduzir o analfabetismo na população e incluí-la na sociedade. Como diz Paro (2003, p. 30): “A escola básica é a instância pela qual o estado deve proporcionar ao indivíduo pelo menos o necessário para ele desenvolver-se como cidadão”. Este desenvolvimento tem que estar ligado a aspectos sócio-culturais e intelectuais obtidos no seu cotidiano proveniente da relação entre saber informal e “saber-ensinado”.

O ensino dos Números Racionais se faz necessário para a EJA, pois a maioria do público dessa modalidade é formado por trabalhadores que diariamente lidam com situações nas quais os números racionais são utilizados. É necessário que sejam desenvolvidas situações de ensino além daquelas inseridas nas fronteiras do conhecimento prévio do aluno e que exijam um aprofundamento do conhecimento teórico-matemático.

Nossa prática docente junto a alunos do projeto EJA nos levou a observar a dificuldade que estes educandos têm em compreender os números racionais e suas operações. Segundo Silva, (1997a) o conceito de número racional é considerado entre muitos conceitos, uma das idéias matemáticas mais complexas que o aluno deve encontrar no processo escolar. Para que os alunos da EJA entendam o conceito dos racionais é preciso um trabalho que não só promova atividades de investigação em sala de aula, mas que vise proporcionar um momento de aprendizagem em que tais alunos consigam abstrair esse conceito.

Hart (1981 apud SILVA, 1997a), em sua pesquisa, levantou algumas dificuldades com interpretações das frações e constatou que a maioria dos alunos considera a fração como dois números naturais. Entendemos que muitos jovens e adultos oriundos de insucessos escolares ou que não passaram por uma escola possuem senso numérico em diferentes níveis, de acordo com as situações vivenciadas, mas esse conhecimento, o qual podemos chamar de informal, ainda não é o bastante para que entendam as características conceituais e as operações dos números racionais. É provável que os conhecimentos prévios facilitem a compreensão do conceito, desde que as situações utilizadas partam das vivenciadas por eles, mas não se restrinjam só a elas.

Porém é dada pouca relevância, por parte de muitos professores, ao conhecimento prévio do aluno. Os conhecimentos prévios dos alunos são diversificados e na maioria das vezes são vistos equivocadamente como obstáculos à aprendizagem. Cabe ao educador planejar uma intervenção didática que vise transformar essa diversidade num ponto de estímulo de modo que o aluno consiga explicar fatos matemáticos, analisá-los e compreendê-los. Muitos jovens e adultos que não foram à escola têm uma noção informal sobre a matemática, eles vêm com conhecimento do cotidiano e o utilizam como suporte para compreender o conhecimento sistemático, porém na maioria das vezes não é encontrada uma orientação significativa, por parte do professor, que os levem a relacionar saberes formal e informal, ou superar o saber informal.

Segundo o Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (2002), 79% da população brasileira têm algum tipo de exclusão social por não compreenderem conceitos e/ou representações matemáticas. Acreditamos que uma aprendizagem significativa dos Números Racionais, pode colaborar para a inclusão em sala de aula, de modo a cumprir o papel social que a matemática deve desempenhar, quando o professor conduz através de novas metodologias o processo ensino-aprendizagem com os alunos da EJA.

O ensino inclusivo diz respeito à inclusão de todos, isso sem os julgar talentosos, deficientes ou classificá-los por origem sócio-econômica ou cultural. Para realizar o ensino inclusivo o professor tem que ser capaz de promover uma atmosfera de aprendizagem em sala de aula. E como se promove essa atmosfera? Através do desenvolvimento de atitudes positivas com base nos conhecimentos prévios dos alunos em ambientes integralizados e de interações entre professor-aluno e aluno-aluno. Essa interação proporciona o desenvolvimento do senso crítico, a elevação da auto-estima e a certeza de se sentirem incluídos em sala de aula. Considerando esta necessidade pela busca de metodologias de ensino que visem à inclusão escolar de alunos, em aulas de matemática, desenvolvemos o estudo aqui apresentado. Para tal, utilizamos conceitos da Engenharia Didática que nos ajudaram a organizar as etapas da pesquisa. A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa experimental que se baseia nas ações didáticas em sala de aula.

Pais (2001) relata em sua pesquisa que a Engenharia Didática traz um ponto de semelhança entre a maneira de trabalho do pesquisador em Didática e o trabalho do engenheiro no tocante à concepção, planejamento e execução de um projeto. Já Queiroz e Coutinho (1996) definem Engenharia Didática como uma metodologia caracterizada por um esquema de experimento, tendo como base a didática em sala.

Dessa forma, Pais (2001) assegura que o sucesso do trabalho, em Engenharia Didática, depende da realização das seguintes etapas:

Análise preliminar: recomenda-se fazer uma descrição dos principais aspectos que definem o conceito em questão, tais como epistemológico, didático e cognitivo. Esses aspectos fazem parte da formação do objeto de estudo. Além disso, é necessário o levantamento das constatações empíricas, o destaque da formação de idéias das pessoas envolvidas e a compreensão da realidade em torno da experiência a ser executada. Neste trabalho, tal discussão é realizada na seção 3.

Análise a priori: segundo Pais (2001) é uma fase em que é necessário se ter uma definição de determinada quantidade de variáveis que, de certa forma, podem interferir no experimento.

Aplicação da seqüência didática: É feita por uma quantidade de aulas ou *sessões.* Segundo Pais (2001) essas aulas devem passar por um planejamento e uma análise prévia apurada com o intuito de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.

Análise a posteriori: Esta fase é voltada ao tratamento das informações adquiridas por conseqüência da aplicação da seqüência didática. A aquisição dessas informações vem por intermédio do pesquisador ou da equipe que está aplicando a experiência. A análise a posteriori tem o objetivo de complementar os dados obtidos por intermédio de questionários, entrevistas, entre outros.

A quarta fase que é a *validação* é o resultado do confronto entre as análises a priori e a posteriori e se qualifica como validade interna, limitada ao contexto da experiência realizada. Estas duas últimas fases encontram-se na seção 4.

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Municipal Ferreira Itajubá localizada na rua dos Pegas s/n, Quintas. O universo dessa pesquisa é formado pelos alunos do nível III da EJA turma D da escola anteriormente citada. A turma é composta por 30 adultos, a maioria residente no bairro e tem uma característica peculiar: estando ou não no espaço escolar, tem um bom relacionamento com a sua educadora, a professora Cristiane Lima (nome fictício), licenciada em Matemática e com 20 anos de profissão.

Para a execução desse trabalho de pesquisa inicialmente foi feita uma atividade diagnóstica baseada nos erros detectados por Perez (1988) em sua pesquisa sobre o ensino dos números racionais na representação decimal. Nosso objetivo foi conhecer algumas dificuldades dos alunos com relação ao estudo dessa temática. Nossa pesquisa foi iniciada através da observação do contexto nos quais nossos sujeitos estavam inseridos, neste caso, em sala de aula. Nesse primeiro momento, fomos apenas expectadores concernente à aplicação da atividade diagnóstica e comparamos a pesquisa de Perez (1988) com o resultado dessa atividade.

A atividade diagnóstica foi aplicada no início do II semestre do ano de 2005, pela professora Cristiane Lima na turma D do III nível da EJA. Participaram dessa atividade 14 alunos. Foram elaboradas quatro questões e os resultados foram analisados na seção 3.

Com base na análise da atividade diagnóstica, escolhemos uma amostra de 4 alunos e o critério de escolha foi decidido entre nós colaboradores da pesquisa, tendo como base os alunos com maior deficiência em matemática, fazendo jus ao tema que é a inclusão em sala de aula. Foram dados a eles nomes fictícios, no entanto suas idades foram divulgadas numa entrevista feita por nós. São eles: Dy, 46 anos; Lya, 28 anos; Rose, 24 anos e Ana com 26 anos; todos vindos de uma escolarização seriada seguida de algumas repetências motivadas por desistência, falta de tempo ou por motivo de trabalho. Quanto à relação com a matemática, dois deles acham-na difícil outros dois fácil, porém todos têm dificuldade nessa disciplina.

Elaboramos as atividades baseadas na metodologia da Engenharia Didática considerando os seguintes pontos: abordagem dos conhecimentos prévios, conceitos a serem desenvolvidos, objetivos a serem alcançados e material necessário.

Foram propostas algumas atividades em sala de aula, através de uma seqüência didática. Essas atividades foram elaboradas em algumas reuniões, ocorridas nas terças e quintas-feiras, à tarde na sala da orientadora, pelo autor da pesquisa, pela Professora colaboradora (Cristiane) e pela orientadora Profª Dra. Arlete Brito. Essas atividades se inserem no campo conceitual dos

Números Racionais na representação fracionária e decimal. Podemos classificá-las em: Atividade I (Atividade com palitos), Atividade II (Atividade com material quadriculado), Atividade III (Atividade com material dourado).

O texto aqui apresentado está dividido nas seguintes seções: na primeira seção temos a introdução. A segunda seção consta das políticas educacionais e a Proposta pedagógica da EJA. Aspectos históricos, os números racionais medida e análise da atividade diagnóstica, encontram-se na terceira seção desta pesquisa. Na quarta seção temos a elaboração e aplicação das atividades assim como a análise dos dados.

Na próxima seção faremos uma abordagem histórica da política educacional da EJA assim como a evolução de sua proposta no ensino.

2. SITUANDO A EJA NO BRASIL: UM RESGATE DAS POLÍTICAS EDUCACIONAIS

Nesta seção iremos situar a Educação de Jovens e Adultos no Brasil através de um breve histórico das políticas educacionais em que se observam algumas ações do governo na educação de adultos e o processo que essa modalidade passou ao longo do tempo. Além disto, situamos, a partir das atuais propostas curriculares para EJA, o ensino dos números racionais. Ao final, fazemos um paralelo entre tais propostas e o modo como tais números vêm sendo ensinados na escola em que desenvolvemos a pesquisa.

2.1 Breve histórico da Educação brasileira

As questões que conduzem à implantação da Educação de Adultos nos transpõem ao período colonial. Essa ação ocorreu quando os jesuítas, estrategicamente, tentavam atingir os pais dos alunos através da catequese infantil. (ROMANELLI, 1986).

A economia colonial brasileira fundada na grande propriedade e na mão-de-obra escrava, teve implicações sociais e políticas bastante profundas. Ela favoreceu o aparecimento da unidade básica do sistema de produção, de vida social e do sistema de poder, cuja representação era legada à família patriarcal. A família patriarcal favoreceu a importação de pensamentos e idéias dominantes da cultura medieval européia, feita por intermédio da obra dos jesuítas, que durante um certo tempo catequizaram os índios e negros e mais tarde dirigiram as escolas de humanidade para os filhos dos colonos.

A educação dada pelos jesuítas, vista como educação de classe, com características que davam importância à educação da elite, atravessou todo período colonial e imperial e atingiu o período republicano, sem ter ocorrido mudança estrutural em suas bases.

Os Jesuítas tinham um interesse pela ciência, as atividades técnicas e artísticas, mas também tinham uma aproximação muito forte com as letras e atividades acadêmicas, isto era caracterizado pela educação da camada nobre portuguesa. Essa educação foi resistente, pois mesmo com sua expulsão, por volta de 1759, eles mantiveram seminários para formação do clero secular. Romanelli (1986) diz que esse clero que atuava como mestres-escolas, foram os continuadores da ação pedagógica dos jesuítas.

Ainda no Império, o Brasil viu surgir uma camada intermediária na sociedade. Essa camada, chamada de pequena burguesia, estava ligada a mineração, ao artesanato, ao comércio e à burocracia. Sua participação passou a ser mais ativa na vida social, não tanto pelas atividades produtoras citadas, mas, sobretudo, pelo comprometimento político. O título de doutor tinha tanta importância, quanto o de proprietário de terras, desta forma era a garantia para a conquista de prestígio social e de poder político. Era de se entender que essa pequena burguesia desprovida de terras apelasse para o título a fim de firmar-se como classe e a educação tornou-se um meio de ascensão social.

A Constituição Brasileira de 1824, influenciada pelo Iluminismo, dava o direito à “Instrução Primária e Gratuita para todos os cidadãos”. Mas esse direito ficou impedido de ser cumprido por dois motivos: o primeiro é que no Império apenas um grupo reduzido da população possuía cidadania e assim administrava-se a educação apenas para esse grupo. Os índios, negros e boa parte das mulheres não usufruíram dessa oportunidade por não serem considerados cidadãos. O outro motivo foi que a responsabilidade da educação básica era jogada para as províncias e o governo geral ficava só com a responsabilidade de educar as elites. Como as províncias privadas de recursos não podiam tomar atitudes sérias para mudar essa realidade, ao final do Império cerca de 82% da população com idade superior aos cinco anos era analfabeta.

Foram desenvolvidas algumas campanhas de educação básica no Império, sem obter êxito, por se tratarem de experiências sem grande sistematização, como por exemplo, as escolas noturnas para adultos. Desse período até 1930 a alfabetização de adultos era baseada na apropriação do código lingüístico. Conforme Moura (1999, p. 24):

> Até aproximadamente a revolução de 1930 os formuladores de políticas e responsáveis pelas ações tomam a alfabetização de adultos como aquisição de um sistema de código alfabético, tendo como único objetivo instrumentalizar a população com os rudimentos de leitura e escrita.

Observamos que desde o Império tenta-se resolver os problemas mais elementares, como o analfabetismo, em curto prazo. A realidade nos faz ver pequenas melhorias quando observamos a História da Educação Brasileira, que muitas vezes é composta de modismos, esquemas e experimentos.

Dentre tais reformas podemos citar: Reforma “Leôncio de Carvalho” (1879), “Bejamin Constant” (1890), Código “Epitácio Pessoa” (1901), Reforma “Rivadávia” (1911), “Carlos Maximiliano” (1915), “Luiz Alves/ Rocha Vaz” (1925), “Francisco Campos” (1931), “Capanema” (1942), “Lei de diretrizes e bases da educação Nacional” (1961), Reforma Universitária (Lei n.5540/68 e Decreto-Lei n. 464/69), Reforma do ensino de I e II graus (Lei n. 5692/71) e atualmente a Lei de Diretrizes e Bases (LDB nº 9394/96).

Conforme Vieira (1992, p. 15) “em pesquisa recente chegou-se à conclusão de que todos os governos brasileiros entre 1951 e 1985 lançaram campanhas de alfabetização para erradicar o analfabetismo”. O processo intenso de urbanização, o crescimento demográfico e o aumento sensível da renda per capita, foram fatores importantes que contribuíram para uma redução natural da taxa de analfabetismo. No entanto, tal redução não foi proporcional ao crescimento da população. Por exemplo, entre 1900 e 1970 a população cresceu quatro vezes, a densidade demográfica aumentou na ordem de quase cinco vezes e o crescimento da população urbana ultrapassou a ordem de cinco vezes, enquanto o índice de alfabetização apenas dobrou. Entre 1940 e 1970 eram alfabetizados uma média de 85000 adolescentes e adultos na faixa etária de 15 anos ou mais, por ano. Nesse mesmo período, entre 1940 e 1970, começou-se a buscar o desenvolvimento de programas que contemplassem a Educação de Jovens e Adultos.

A EJA configurou-se como um importante campo de formação para as pessoas que não tiveram acesso ao estudo regular, seja por insucessos escolares ou por história de exclusão e até mesmo por acesso negado a bens culturais.

A partir de 1930 a educação básica de adultos demarcou o seu lugar na história da educação no Brasil. Como afirmamos anteriormente, neste período estava acontecendo uma efervescente transformação na indústria e a concentração populacional em centros urbanos estava muito evidente.

Na década de 1940 a educação de adultos teve um período áureo pois houve várias iniciativas públicas importantes, como por exemplo, a Regulamentação do Fundo Nacional do Ensino Primário (1942) e a Criação do Fundo Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais.

Após a segunda Guerra, percebeu-se uma ação mais efetiva no campo da educação de adultos com um programa do Ministério da Educação, que visava levar a educação fundamental aos iletrados.

Em 1945, com o fim da ditadura Vargas, o Brasil passava por um processo de redemocratização e a Organização das Nações Unidas (ONU) alertava para a integração dos povos, com o intuito de produzir paz e democracia. Nesse contexto surgiu a campanha de Educação de Adultos, proposta em 1947. Segundo Ribeiro (1997, p. 20) o objetivo desta era alfabetizar em três meses e depois condensar o curso primário em dois períodos de sete meses. Logo após viria outra etapa de "ação em profundidade", destinada a capacitação profissional e ao desenvolvimento comunitário. Essa campanha, sob a direção do professor Lourenço Filho, obteve resultados importantes nos primeiros anos e estendeu-se às diversas regiões do país. Em pouco tempo, "foram criadas várias escolas supletivas, mobilizando esforços das diversas esferas administrativas de profissionais e voluntários" (RIBEIRO, 1997 p. 20).

Os métodos adotados estavam baseados no documento *Primeiro Dia de Leitura* que foi produzido e distribuído em larga escala pelo Ministério da Educação. Esse guia era baseado no *Laubach* (método de ensino de leitura para adultos) e determinava o ensino pelo método silábico. As lições originavam-se de palavras-chave ordenadas segundo suas características fonéticas. As sílabas deveriam ser memorizadas e remontadas para formar outras palavras.

Por volta de 1950 a campanha perdeu força em virtude das críticas feitas aos métodos adotados. Tais críticas eram feitas tanto às deficiências administrativas da campanha, quanto à sua orientação pedagógica. Nesse mesmo período denunciava-se o caráter superficial do aprendizado, devido a um período curto da alfabetização e ao método inadequado para os adultos e para as diferentes regiões do país. De 06 a 16 de julho de 1958, no Rio de Janeiro, ocorreu o II Congresso Nacional de Adultos onde foram discutidas a inadequação dos métodos de ensino e a falta de qualificação profissional do professor de adultos. Paulo Freire, que estava presente nesse congresso, justificou a idéia de Centro Educacional Humanizador, compreendida como um ato político e um ato de conhecimento. As críticas feitas ao método de memorização das sílabas, tenderam a uma nova visão sobre o problema do analfabetismo e à consolidação de um novo paradigma pedagógico para a educação de adultos na figura do educador Paulo Freire, principal articulador das propostas para a alfabetização de adultos e educação popular no início de 1960.

Em 1963 o Ministério da Educação adotou as orientações metodológicas do professor Paulo Freire, as quais até os dias atuais ficaram popularmente conhecidas como *Método Paulo Freire* de alfabetização de adultos, tamanho sucesso que obteve. Esse *Método* consistia em uma proposta de alfabetização de adultos conscientizadora, cujo princípio baseava-se em uma frase de

Paulo Freire: “A leitura do mundo precede a leitura da palavra”. Com base na utilização de cartilhas, Paulo Freire desenvolveu um conjunto de procedimentos pedagógicos que foi chamado de *Método Paulo Freire*. Ele previa uma etapa preparatória que era quando o alfabetizador desenvolvia uma pesquisa sobre a realidade de seu grupo. Ao mesmo tempo, ele fazia um levantamento do universo das palavras que o grupo utilizava para expressar essa realidade. Desse universo deveria ocorrer, por parte do alfabetizador, uma seleção das palavras com maior densidade de sentido, que mostrasse as situações existenciais mais relevantes. Logo após, era preciso selecionar um conjunto que contivesse vários padrões silábicos da língua e organizá-lo de acordo com o grau de complexidade desses padrões. Essas eram as palavras geradoras e a partir delas faria-se um estudo da escrita e da leitura como o da realidade. Paulo Freire também propunha que o educador utilizasse ilustrações e abrisse uma discussão que evidenciasse o papel ativo dos homens como produtores de cultura, e que o educando assumisse a sua capacidade e responsabilidade na aprendizagem.

Com o golpe militar de 1964, os programas de alfabetização e educação popular, que haviam se expandido entre 1961 e 1964, foram tidos como ameaçadores e sofreram repressão. O governo só permitiu a realização de programas de alfabetização com caráter assistencialista e conservador, dentre eles a Ação Básica Cristã. Até que, em 1967, conforme Ribeiro (1997, p. 26) “o governo assumiu o controle dessa atividade lançando o Mobral (Movimento Brasileiro de Alfabetização”). Tido como organização autônoma, instalou-se em cada município do país, através das comissões municipais, fruto das negociações entre o prefeito e a sociedade local, foi ao ápice no final da década de 1970 ampliando a sua atuação às quatro primeiras séries do ensino fundamental.

As propostas didáticas e a metodologia de Paulo Freire sem o tom crítico, influenciaram os principais programas de alfabetização e de educação popular. Conforme Ribeiro (1997, p.26) “as orientações metodológicas e os materiais didáticos do Mobral reproduziram muitos procedimentos consagrados nas experiências de início dos anos 60, mas esvaziando-os de todo sentido crítico e problematizador”. Expunha-se a alfabetização a partir de palavras-chaves, retiradas da “simplicidade do povo”, mas as mensagens eram direcionadas sempre ao esforço individual, ao contrário do que Paulo Freire preconizava para a alfabetização conscientizadora.

O Mobral diversificou sua atuação derivando vários outros programas de alfabetização — Dentre eles o mais importante foi o programa de Educação Integrada. Esse programa dava condições tanto aos recém-alfabetizados quanto aos analfabetos funcionais[11] a continuarem seus estudos. Na década de 1980 projetos alfabetizadores davam suporte ao trabalho com a língua escrita e com as operações básicas da matemática. Nessa mesma época, o governo proporcionou a alguns Estados e Municípios que não o tinham, a autonomia em relação ao Mobral. Ele foi extinto em 1985 por não ter mais prestígio entre os políticos e educadores. Nesse mesmo ano foi substituído pela Fundação Educar que trazia uma proposta mais flexível baseada no *Método* Paulo Freire. No entanto esse projeto não deu conta do esvaziamento das políticas públicas para jovens e adultos nesta década.

No final da década de 1980 e em meados de 1990, foram realizados estudos sobre a EJA e desencadeou-se a necessidade de mudança na educação básica. Dessa forma os programas destinados à EJA não poderiam de maneira alguma estar voltados somente para a alfabetização, mas também precisavam garantir a possibilidade de continuidade para outras séries para esses jovens e adultos. Domingues (1999, p. 11) fala na proposta pedagógica SESC EDUCAÇÃO: Módulo de Educação de Jovens e Adultos que:

> A Constituição de 1988 ratificou o dever do Estado em proporcionar escolaridade básica, independente da idade, elevando, assim, a Educação de Jovens e Adultos ao mesmo patamar da educação de crianças de 07 a 14 anos, garantindo a sua obrigatoriedade e gratuidade.

Em 1997 ocorreu a V Conferência Internacional de Educação de Jovens e Adultos em Hamburgo, na Alemanha. Nessa conferência foi endossada a importância desta educação tanto para os países desenvolvidos como para os em desenvolvimento. Isso levou o governo do Brasil a desenvolver mais ações visando o combate ao analfabetismo devido às pressões da política educacional adotada no mundo.

Por intermédio do Plano Decenal de Educação para Todos (Domingues, 1999) foi inserida em âmbito mundial, a questão da universalização e educação para todos.

Em 2001 foi criado o Programa Recomeço — Supletivo de Qualidade — financiado pela União, que visava a expansão do número de vagas para jovens e adultos do ensino fundamental. No final de 2002, baseado numa série de dados coletados por meio de pesquisa, o MEC lançou a proposta curricular do segundo segmento da EJA III e IV que correspondem às de 5ª a 8ª séries

[11] Pessoas que dominavam precariamente a leitura e a escrita.

do ensino regular. Esse programa tem o objetivo de proporcionar ao aluno sua integração na escola mostrando-se preocupado com os problemas da sua comunidade e exerça o ato de cidadania na escola e na comunidade. Apesar das reformas, o índice de analfabetismo funcional ainda é significativo entre jovens e adultos no Brasil. O analfabetismo funcional a princípio foi entendido como a incapacidade absoluta de ler e escrever, mas o seu conceito foi se modificando ao longo das décadas. Conforme o 2º INAF[12] (2002, p.5) "em 1958 a UNESCO definia como alfabetizada uma pessoa capaz de ler e escrever um enunciado simples, relacionado à sua vida diária", ou seja, a pessoa nesta condição teria passado da fase de analfabeta funcional para alfabetizada. No final da década de 70, a UNESCO estabeleceu critérios que considerava uma pessoa alfabetizada funcional quando ela tinha capacidade de usar a leitura e escrita, face ao seu contexto social e utilizar essas habilidades no processo contínuo de aprendizagem e desenvolvimento ao longo de sua vida. Na década de 90 a UNESCO, já de posse dos critérios do alfabetismo funcional, solicitou que o IBGE mostrasse os índices de analfabetismo funcional baseado em alguns critérios e revelou que "são consideradas analfabetas funcionais as pessoas com permanência inferior a quatro anos de escolaridade" (2º INAF, 2002, p. 5). Podemos ampliar essa definição conforme Moreira (2003, p.1):

> [...] analfabetos funcionais são pessoas completamente analfabetas no sentido tradicional ou pessoas aparentemente alfabetizadas, mas cujo grau de alfabetização é insuficiente para que exerçam funções básicas nas sociedades modernas.

É relativo o tempo de permanência na escola para que a pessoa passe da fase de analfabetismo funcional para a fase de alfabetismo funcional, pois há uma relação imediata das demandas de leitura e escrita atribuídas pela sociedade. Tanto na Europa como na América do Norte, o tempo mínimo de permanência de escolaridade para chegar ao alfabetismo funcional é entre oito e nove anos (2º INAF, 2002, p.5). No entanto, esses países estão desenvolvendo pesquisas para verificar os níveis de habilidades no campo da leitura e da escrita. Cada vez mais, nas pesquisas sobre alfabetismo funcional, é dada importância às habilidades matemáticas. Entende-se por habilidade matemática o conhecimento ligado à quantidade, ordenação, operações e resolução de situações-problema (2º INAF, 2002, p.6).

---

[12] 2º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional: um diagnóstico para a inclusão social- avaliação de matemática *primeiros resultados dezembro 2002.*

É de suma importância considerar essas habilidades enquanto indicadores do alfabetismo funcional. A segunda edição do INAF 2002, que foi uma pesquisa desenvolvida pelo Instituto Paulo Montenegro com objetivo de avaliar as habilidades matemáticas, propôs tarefas que medem habilidades de leitura e interpretação de números, gráficos, tabelas, assim como operações simples de aritmética, proporções, porcentagem, medidas de tempo, comprimento, área e massa. Essas tarefas foram propostas oralmente pelo entrevistador que também utilizou artefatos conhecidos pela população, tais como: jornais, calendários, moedas, instrumentos de medidas, etc. O entrevistado (população) dava a resposta oralmente ou através de lápis, papel, calculadora. Além disso, o entrevistado responderia a uma série de questões relacionadas a aspectos sociais, familiar, prática de leitura e de cálculo. Chegou-se à conclusão de que apenas 3% da população entre 15 e 64 anos são considerados analfabetos matemáticos[13], Foram também considerados os níveis de alfabetismo matemático 1, 2 e 3 atingindo os índices de 32%, 44% e 21% respectivamente.

O sujeito do nível 1 detém a leitura dos números contextualizando preços, horários, número de telefone. O sujeito do nível 2 além de ler bem os números naturais, compara os decimais e “passa” troco. O do nível 3 consegue desenvolver uma estratégia na resolução de problemas, cálculos usando noções de proporcionalidade e leitura de gráficos. Nessa pesquisa (2º INAF, 2002), ficou constatado que a escolarização interfere no alfabetismo matemático: 80% dos entrevistados até a 3ª série primária não conseguem transpor o 1º nível de alfabetismo matemático descrito. Entre os que concluíram da 4ª a 7ª série do fundamental, é evidente o número daqueles que permanecem no 1º nível (38%). No caso de quem tem o ensino fundamental completo, o resultado é outro, 80% chega aos níveis 2 e 3 de alfabetismo matemático. Ficou também comprovado que a classe econômica e gênero também influenciaram o desempenho dos alunos na pesquisa. Comparando-se as pessoas que têm a mesma escolaridade, as que estão em uma classe econômica mais elevada, têm uma tendência a serem mais bem colocadas no teste.Tal diferença pode ter uma ligação com a qualidade da escolarização do entrevistado e de seus pais, assim como o seu acesso a bens culturais e materiais. Quanto à questão de gênero, segundo a pesquisa, os homens têm uma média de acerto ligeiramente superior ao das mulheres de mesma escolaridade.

A pesquisa desenvolvida pelo 2º INAF (2002) apresenta profundas desigualdades face às oportunidades, tanto de adquirir como de utilizar as habilidades matemáticas funcionais. Essas

---

[13] Pessoas que não conseguem ler o preço de um produto ou anotar um número de telefone.

diferenças denunciam fatores que pesam na hora da avaliação sobre o alfabetismo matemático, tais como, a escolarização, classe econômica, gênero, acesso a bens culturais e materiais. Observamos que são questões sociais que interferem bastante nessa avaliação e que refletem no índice classificatório do indivíduo nos níveis de alfabetismo matemático.

Segundo o 2º INAF (2002) só 21% da população obtêm informações a partir da leitura de gráficos e tabelas que são divulgados nas revistas, jornais entre outros, em contrapartida 79% dos brasileiros não têm uma participação ativa no convívio social por não compreenderem essas informações que podem ser importantes tanto na construção do senso crítico como na tomada de decisões. Dessa forma, entendemos que a escola deve fornecer subsídios ao indivíduo para desenvolver-se como cidadão e ser incluso na sociedade.

De posse desses dados do INAF, podemos refletir sobre o diagnóstico para a inclusão em sala de aula. Sabemos que pouco mais de 21% das pessoas sabem ler e interpretar dados matemáticos, o que nos leva a uma importante reflexão sobre o quanto de pessoas desprovidas dessa habilidade existem ao nosso redor, excluídas de um dos aspectos mais importantes de suas vidas, o de estarem inseridas no contexto social. Relacionando tais dados com nossa pesquisa, consideramos que é necessário lançar e analisar propostas que busquem propiciar aos alunos inclusão nas aulas de matemática e que lhes possibilite alcançar o nível 3 de alfabetização matemática.

Entendemos que a escola, como entidade educativa que se propõe, deve promover meios com intuito de reduzir o analfabetismo na população e incluí-la na sociedade.

Para que o cidadão esteja incluso nessa perspectiva, ele deve entender o que significa o saber produzido historicamente. Segundo Paro (2003, p. 29):

> O saber não diz respeito apenas a informações, a que se costumam reduzir às disciplinas escolares, do modo como são ‘ensinadas’ na escola tradicional. Saber envolve conhecimentos, valores, crenças, tecnologias, arte, filosofia, visões de mundo, tudo, enfim, que se sintetiza na cultura[...].

O homem se apropria da cultura por meio da educação. É necessário que cada geração nova se aproprie da cultura de gerações passadas, com a finalidade de atualizar-se tanto histórica como culturalmente do desenvolvimento da humanidade. Dessa forma, a escola básica deve estar inserida na proposta do desenvolvimento humano, como diz Paro (2003, p.30), “a escola básica é a instância pela qual o estado deve proporcionar ao indivíduo pelo menos o necessário para ele desenvolver-se como cidadão”. Sabemos que existem fatores que desviam o foco de prática educativa tais como políticas públicas inadequadas e a não utilização de métodos didáticos que proporcionem o desenvolvimento humano. Isso deve ser considerado como desafio para mudar a maneira como é encarada a educação, de modo que a proposta educativa seja encarada de forma que: “[...] os valores e todas as demais dimensões da cultura humana estejam presentes, promovendo, com isso, a real inclusão do cidadão na sociedade” (PARO, 2003, p.30). Ou seja, a proposta educativa deve propiciar um ensino inclusivo sem ver se os educandos são talentosos, deficientes ou classificá-los por origem socioeconômica ou cultural. Essa idéia deveria ser praticada em escolas e salas de aulas a fim de satisfazer as necessidades dos alunos.

Os alunos inseridos na EJA trazem para a escola experiências de insucessos tanto em instituições escolares ao qual faziam parte como em situações vivenciadas no cotidiano. Muitas vezes sentem-se excluídos do convívio social e incapazes de dialogar com suas indagações. É necessário que a escola proponha ações educativas que minimizem essas carências. Entendemos que a matemática colabora para a exclusão escolar. Se o aluno não compreende determinado conceito matemático, e tal entendimento é necessário ao seu convívio social, é importante que a escola cumpra o seu papel de propor ações compensatórias à deficiência desse aluno. Conforme Saviani (2005, p.33):

> a função básica da educação continua sendo interpretada em termos da equalização social. Entretanto, para que a escola cumpra sua função equalizadora é necessário compensar as deficiências cuja persistência acaba sistematicamente por neutralizar a eficácia da ação pedagógica.

Porém, segundo o autor, é ingênua a idéia de que a educação é a redentora da sociedade. Baseado nas compensações das carências educacionais é necessário falar de um tipo de compensação educacional que em si embute valores que abrangem diferentes modalidades com intuito de promover a inclusão.

As atitudes positivas com base nas deficiências dos alunos com dificuldades de aprendizagem, são desenvolvidas em ambientes integralizados através de interações entre professor-aluno, aluno-aluno. Essa integração proporciona o desenvolvimento do senso crítico, a elevação da auto-estima e a certeza de se sentirem incluídos em sala de aula. Dessa forma a extinção das práticas educacionais excludentes proporciona aos alunos uma oportunidade de terem de volta o sonho da educação para todos, da inclusão na sociedade e na sala de aula. Neste nosso trabalho queremos desenvolver um trabalho de inclusão em sala de aula por meio do estudo dos números racionais.

Quando os jovens e adultos aprendem a calcular, medir, raciocinar, argumentar, eles estão exercendo um direito básico de aprender matemática, ou seja, dizemos que eles estão exercendo a cidadania. A matemática é necessária na formação dos jovens e adultos, no entanto, um ensino fundamentado na memorização de regras ou voltado para conteúdos pouco significativos, com certeza, não vai contribuir para uma boa formação matemática. É necessário, portanto, estimular o aluno para que desenvolva um senso crítico e a matemática concorre para isto.

A Matemática que se ensina na Educação de Jovens e Adultos muitas vezes é confundida com a matemática do ensino regular ou outro tipo de programa. Sabe-se que existem algumas variáveis que têm dificultado o ensino de matemática na EJA, composta por um público especial com limitações de tempo, recursos didáticos e de literatura escassa e no geral professores sem formação específica para essa modalidade de ensino.

Além disso, normalmente professores e alunos tratam a matemática como sendo uma matéria difícil e responsável pelo seu fracasso na escola. O deficiente desempenho em matemática na Educação de Jovens e Adultos controla o fluxo de alunos fortalecendo a seleção para os que vão ter oportunidade ou não de avançar na educação básica. Os alunos desistem da escola e fazem isso por diversos fatores, seja por questões sociais ou econômicas, mas isso ocorre também por se sentirem excluídos da dinâmica que ocorre no processo de ensino-aprendizagem. O insucesso da matemática na escola leva a um distanciamento por parte dos alunos e um certo temor dessa disciplina que eles, na maior parte das vezes, acham sem sentido.

Um outro aspecto refere-se às deficiências encontradas na formação do professor, que consiste em interpretações confusas de concepções pedagógicas e a falta de uma política de formação voltada especialmente para esse profissional de educação. A falta de publicações específicas faz com que o professor “adapte” o material destinado a outro tipo de programa. Essa adaptação muitas vezes exclui alguns conteúdos que são extremamente importantes no dia-a-dia dos Jovens e Adultos. Em outros casos, por carência de material didático, há professores que utilizam o livro didático do ensino fundamental durante o ano e dedicam apenas os conteúdos de uma só série escolar, contrariando a proposta curricular do III e IV segmento da EJA que contemplam duas séries em um ano. Além disso, há o desconhecimento por parte de alguns professores, de metodologias que tornem a aprendizagem mais significativa. Segundo a Proposta

Curricular da EJA, “[...] a grande maioria dos professores ainda desconhece a abordagem baseada na resolução de problemas como eixo orientador da aprendizagem em matemática.” (RIBEIRO, 1997, p.13).

Muitos professores utilizam estratégias didáticas como aulas expositivas, exercícios individuais ou em grupo e propõem para os seus alunos atividades que podem ser resolvidas de forma mecânica. Os problemas, quando utilizados, se encaminham mais à aplicação dos conceitos dados do que da reflexão do processo. Muitas vezes, nas aulas de Matemática, os problemas são feitos no fim da seqüência das atividades onde são apresentados modelos artificiais. Além disso, muitos professores ignoram os conhecimentos advindos das experiências vividas pelos jovens e adultos que deveriam ser consideradas como suporte para a construção de novos conhecimentos.

Muitos alunos da EJA têm noções matemáticas adquiridas informalmente muito antes de estudar suas representações simbólicas. Esse saber deve ser considerado como suporte para o ensino de matemática em sala de aula. É necessário dar oportunidade aos alunos para contarem suas histórias de vida, seus questionamentos e expor seu saber informal sobre assuntos do seu cotidiano, isso é importante para que eles estabeleçam conexões entre diferentes temáticas no campo da matemática e estabeleçam uma relação com as demais áreas do conhecimento, pois os conceitos matemáticos, quando vistos isoladamente, causam certa confusão na compreensão do aluno. Segundo Ribeiro (1997, p.15) “quando são abordados de forma isolada, os conteúdos matemáticos não são efetivamente compreendidos nem incorporados pelos alunos como ferramentas eficazes para resolver problemas e para construir novos conceitos”.

Grande parte do público da EJA já viveu experiências decepcionantes com o saber matemático. Assim, a idéia e o trauma que eles têm sobre a Matemática interferem durante o processo ensino-aprendizagem. O aluno crê que a Matemática é a ciência exata, do “certo ou errado”, e que só precisa saber com antecedência como se resolve um problema e ter uma certa habilidade em solucioná-lo. Esse aluno tenderá a não valorizar as etapas da resolução de problemas.

Segundo a proposta curricular da EJA III e IV (BRASIL, 2002) o fato de aprender matemática está ligado a uma gama de conceitos e procedimentos que abrange métodos de investigação, de raciocínio e ao mesmo tempo de maneiras de representação e comunicação. Dessa forma podemos dizer que a matemática abrange um vasto campo de relações, assim como as mais variadas formas de comunicação e expressão. Os conhecimentos prévios são diversificados e, algumas vezes, são obstáculos à aprendizagem, podem funcionar como elemento facilitador do processo de ensino-aprendizagem ou também, ao contrário dificultar a compreensão de determinado conteúdo. Cabe ao educador planejar uma intervenção didática que vise transformar essa diversidade em um ponto de estímulo em que o aluno consiga explicar fatos matemáticos, analisá-los e compreendê-los.

Muitos jovens e adultos que não foram à escola têm uma noção informal sobre a matemática, mas na maioria das vezes não dominam suas representações simbólicas. Esses alunos, quando matriculados na escola, têm interesse em aprender a matemática dentro de um processo formal. O papel do professor é ser o mediador entre o conhecimento informal e o sistematizado, dando a possibilidade do aluno construir vínculos entre a matemática extra-escolar e a simbólica. Acioly-Régnier (2006, p. 70) chama a atenção para este vínculo quando relata que: "a exclusão da matemática não escolar pela escola poderia conduzir 'o aluno' a uma manutenção de crenças e atitudes suscetíveis de impedi-lo de construir pontes entre as diferentes matemáticas". Outra forma em que jovens e adultos aprendem a matemática é por meio da comunicação oral. Nesse caso é de suma importância os alunos terem oportunidade de falar de matemática, de argumentar suas idéias antes de representá-las no papel, produzindo registros gráficos a respeito da matemática, conforme comenta Ribeiro (1997, p. 101), "Os adultos não escolarizados aprendem muito através da comunicação oral, por isso é importante dar-lhes a oportunidade de falar de matemática." Deve-se visar uma aprendizagem matemática significativa, em que os alunos possam estabelecer conexões entre vários conteúdos. É recomendado conforme Ribeiro (1997, p.103) que os conceitos matemáticos sejam vistos por intermédio da resolução de problemas.

Uma situação–problema pode ser vista como algo em que a solução não pode ser obtida pela ação imediata da memória, é necessário que se elabore um plano em que se obedeça as seguintes etapas: compreender o problema; elaborar um plano que solucione o problema; executar o plano; verificar a solução; justificar a solução; comunicar a resposta obtida durante o processo.

Conforme Ribeiro (1997), essa maneira de encarar a utilização pedagógica do problema proporciona um ambiente agradável aos alunos, assim como a possibilidade de aperfeiçoarem seus procedimentos, confiança em si mesmo, defesa de seus argumentos e esforço na busca de soluções.

A aprendizagem matemática refere-se a uma junção simultânea de definições e procedimentos que engloba uma metodologia investigativa e racional, assim como expõe formas de comunicar e representar o mundo ao seu redor. Ela incentiva a capacidade de generalização de previsão de resultados e abstrações.

A matemática na Educação de Jovens e Adultos diferencia-se de qualquer outro processo de ensino-aprendizagem, pois se refere às idéias prévias dos educandos adquiridas em suas práticas sociais de trabalho e de escolaridades anteriores. A apropriação de novos conhecimentos deve levar em conta os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, ter como ponto de partida os conceitos provenientes de suas experiências e suas interações sociais e assim servir como suporte para aquisição do saber sistematizado. A matemática deve possibilitar além da organização, a sistematização dos conhecimentos prévios formulados pelos alunos com o objetivo de valorizar o saber cultural.

Na Proposta Curricular da EJA (2002) os conteúdos conceituais e os procedimentais estão explicitados de forma clara e concisa tais como conteúdos referentes à geometria, grandezas e medidas, estatística, probabilidade e combinatória e proporcionalidade e equivalência, aos quais podemos destacar os números racionais e suas relações com grandezas e medidas. A proposta expõe também o esboço de uma rede que sugere conexões dos números racionais com alguns conteúdos medindo comprimentos, fração como razão, representação fracionária e decimal, medidas, fração como quociente e relação parte-todo.

A proposta curricular da escola na qual está sendo desenvolvida a pesquisa, possui uma estrutura seriada em que os conteúdos estão organizados em blocos:

- História dos números;
- Números naturais e suas operações;
- Atividade interdisciplinar entre história e as operações com números naturais;
- Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão, Potenciação e Radiciação;
- Situações-problema do 1º grau;
- Noções de estatística;
- Gráficos em barras e linha;
- MMC e MDC;

- Números inteiros relativos;
- Números Racionais;
- Noções de geometria;
- Formas Geométricas;
- Proporcionalidade;
- Equações do 1º grau;
- Regra de três simples e composta;
- Porcentagem.

Desses itens, gostaríamos de destacar "números racionais".

Esta proposta curricular refere-se à EJA III. Os números racionais não se relacionam a outros blocos e não há sugestão de atividades. Segundo a professora Cristiane não há outros níveis que tratem dos racionais fora do nível III. A professora disse que trabalhava o assunto baseado no livro didático. O máximo que ela associava a fração à vida prática era a metade de um bolo e cinqüenta centavos. Outro aspecto é que não havia articulação entre os racionais e outros conteúdos, eles eram vistos separados e isolados dos outros conteúdos.

Segundo Perez (1988) os números racionais na representação decimal são signos de uma linguagem que permite expressar — uma vez fixada a unidade — medidas de quantidades menores ou maiores que ela.

Entendemos que os números racionais são de suma importância para nossa sociedade que convive com situações-problema que exigem a utilização de tais conhecimentos. O ensino dos números racionais na sua representação decimal se faz necessário à Educação de Jovens e Adultos, pois, a maioria do público dessa modalidade é composto por trabalhadores que diariamente lidam com situações nas quais a representação decimal dos racionais é utilizada. Essas pessoas vivem situações em que números decimais são utilizados, como por exemplo, orçamento alimentar doméstico, operador de caixa de supermercados, feirantes, frentistas etc. Essas pessoas detêm este conhecimento matemático de modo informal.

Outra questão é o aumento sensível do uso das representações decimais, especificamente em função das calculadoras e instrumentos digitais que tornam menos usuais as representações de números racionais na forma fracionária, o que tem levado a se reconsiderar se esse conteúdo deve permanecer no currículo. Mas, a noção de fração deve estar evidente para que se compreendam outras noções matemáticas tal como a proporcionalidade e a razão.

Casos que tratam o sistema monetário e medidas de comprimento abrem um precedente para a introdução de noções de números racionais nas representações fracionária e decimal. Nossa moeda está organizada no sistema posicional de base dez e é comum vermos propagandas se apropriando de tal representação. O ponto de partida para o trabalho com racionais pode ser o conhecimento prévio que os jovens e adultos têm sobre as relações entre as unidades do sistema monetário brasileiro (real e centavos) e um certo conhecimento com as unidades de medida de comprimento e massa. No entanto, apesar deste domínio informal, pesquisas (SILVA, Maria José 1997) apontam que o ensino da matemática não está conseguindo superar o conhecimento informal do aluno fazendo com que este consiga generalizar o conceito de número racional e aplicá-lo a situações cotidianas em geral, por exemplo, compreender o significado de R$ 25,3 milhões, representação muito utilizada pelos meios de comunicação de massa.

Para se entender os números racionais nas representações de fração e de decimais é necessário compreender conceitos de unidades e subdivisões em partes iguais. Quando se constrói esse conceito é importante utilizar representações gráficas como ponte entre a linguagem oral e a simbólica. Na seção seguinte faremos algumas análises preliminares — fase de engenharia didática — que nortearão a elaboração e a aplicação das atividades com números racionais em uma turma de EJA III.

3. ANÁLISES PRELIMINARES

Os números racionais são tão importantes para a nossa sociedade atual como foi no passado. Eles são importantes no processo de ensino–aprendizagem em EJA, pois o universo da EJA é composto por trabalhadores e jovens que estão se inserindo no mercado de trabalho e lidam com este tipo de número no seu dia-a-dia. Portanto iremos desenvolver um estudo teórico, tanto histórico como epistemológico, no campo dos racionais a fim de contextualizar o seu desenvolvimento e detectar possíveis dificuldades, erros e obstáculos provavelmente existentes no cognitivo dos alunos, como parte da análise preliminar proposta pela engenharia didática. Queremos ressaltar que estas análises se restringirão ao conjunto dos racionais positivos, devido ao fato dos alunos — com os quais foi desenvolvida a pesquisa — não terem, na ocasião, aprendido o conjunto dos números relativos.

3.1 Breve Histórico dos Números Racionais

Os números racionais podem ser vistos como relação parte-todo e medida, divisão, razão ou operador, conforme Vieira (2004). Na relação parte-todo e medida observa-se que o todo é dividido em partes igualitárias, não obedecendo criteriosamente uma mesma forma, mas as partes devem conter a mesma medida, nesse caso, a fração indica a relação que há entre o número de partes consideradas (numerador) e o número total de partes (denominador). Podemos utilizar a relação parte-todo tanto em conjunto discreto como em conjunto contínuo. Na fração como divisão temos a idéia de partilha, já na fração como razão temos uma relação entre os elementos de um par ordenado de números ou quantidades expressando um índice comparativo. Tais maneiras de compreender os racionais são históricas como veremos a seguir.

Ao término do período neolítico, o Egito tinha a característica de estado organizado. A sociedade egípcia estava centrada às margens do Nilo, ao norte, fazendo fronteira com o

Mediterrâneo e nas demais fronteiras observava-se um ambiente hostil. Os egípcios viviam independentes, com sua religião, idioma e escrita hieroglífica.

Os conhecimentos acerca da Matemática egípcia provêm dos papiros que tratam de questões matemáticas, dentre eles os mais importantes são: o papiro de *Rhind* e o de *Moscou* que datam provavelmente do século XVIII a.C.

Com as transformações sociais surgiu a figura do escriba, que pertencia à classe dominante e desempenhava trabalhos judiciais além de utilizar a matemática quando ia medir uma terra ou calcular impostos. No Egito a aritmética possuía já um nível elevado. Na contagem era seguida uma numeração decimal que não era posicional, cada potência de dez possuía um símbolo próprio.

O símbolo hieroglífico “ه” servia para designar as frações. Logo após, o “ه” passou a ser um ponto cuja representação iremos descrever no exemplo : $\overset{*}{n} = \frac{1}{n}$.

Os egípcios utilizavam apenas frações unitárias, com exceção da fração 2/3.

Uma tabela de equivalência de frações do tipo $\frac{2}{n}$ aparece no Papiro de Rhind (entre 1788 e 1580 a.C), como nos mostra o exemplo a seguir:

Ex: $\frac{2}{5} = \overset{*}{3}\overset{*}{1}5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.

Essa tabela foi utilizada por milhares de anos.

A Mesopotâmia, entre os rios Tigre e Eufrates, não foi terra de um só povo. Há muito tempo atrás ela começou a se estruturar como sociedade de classe. Segundo Chassot (2002, p. 22): “entre o quarto e o terceiro milênio a .C., a região passou a ser habitada pelos Sumérios”. Os Sumérios chegaram a alcançar as matemáticas na Mesopotâmia, fato esse constatado quando foram encontrados os primeiros textos matemáticos em Uruk, a mais importante das cidades sumérias na época. No entanto, na metade do terceiro milênio, a estrutura da cidade-estado já não contemplava as exigências da economia que necessitava de uma maior organização. Dessa forma surgiu o império semítico que entrou em contato com as tradições científicas dos Sumérios. A ciência suméria se manteve sob o domínio dos Babilônicos, dos Assírios e dos Persas.

Estas civilizações utilizavam um sistema de numeração ao mesmo tempo aditivo e de posição e base 60. Os 59 primeiros números eram em base 10 e utilizavam notação cuneiforme. Os números maiores que 59 obedeciam a um sistema de posição. Nas frações sexagesimais utilizavam um clavo duplo inclinado para indicar a ausência de unidades, como acontece na representação de graus, minutos e segundos. Os babilônicos representavam números não-inteiros por meio de uma notação parecida com a nossa decimal, porém sem o uso da vírgula e na base 60.

A matemática grega se revelou em quatro períodos, sendo o primeiro o *jônico,* onde a matemática se revelou como ciência independente. O segundo se denomina período *ateniense,* que na matemática se desenvolveu como *álgebra geométrica.* O terceiro é conhecido como período *helenístico,* onde a matemática da Antiguidade conheceu seu maior apogeu. O helenismo foi essencialmente uma civilização urbana e sua ação se estendeu ao Egito, Mesopotâmia e uma parte da Índia. Este contato da ciência da Grécia com o oriente era extremamente fértil, especialmente durante os primeiros séculos.

O quarto período é o *alexandrino,* em que Alexandria era o centro matemático do mundo antigo e onde a matemática da Antiguidade conheceu seu maior apogeu. A conquista de Alexandre estava entre três impérios que se evidenciaram em: baixo Egito, Mesopotâmia baixa Síria e Macedônia. A imediata conseqüência das companhias de Alexandre foi o avanço da civilização grega além de uma parte do mundo oriental.

Partindo de uma numeração decimal parecida com a dos egípcios, os gregos fizeram um sistema que tratava uma representação particular de cada número.

Os gregos utilizavam as frações em declarações de propriedades, câmbio de moedas e na arquitetura.

As frações, na sociedade grega, expressavam razões de números inteiros. Além disto, utilizaram o sistema babilônico para desenvolver suas tabelas astronômicas.

Os gregos desenvolveram a idéia de fração como razão de dois números inteiros positivos, principalmente devido a situações de medida. É esta maneira de entender os racionais que está implícita na definição atualmente utilizada para número racional. No entanto, hoje utilizamos o conjunto dos inteiros relativos naquela definição.

Roma foi centro de um grande império que se formou e teve um grande papel na história da civilização. A civilização romana era dotada de exaltação diante das aptidões boas para a estratégia, a administração e a jurisprudência. De outra forma ela tinha uma mínima força criadora intelectual, pois as suas artes, sua ciência e até sua medicina levou a crer que foi importação grega. A civilização romana só tinha interesse pela ciência se via nela como realizar obras práticas na arquitetura, engenharia e medicina.

Houve um romano que apresentou nove artes e dentre elas está a geometria, e a aritmética. Esse homem foi Varrão que viveu entre 116 e 27 a.C.

Cálculo com moedas e metrologia eram os principais usos das frações pelos romanos na relação de operador, onde cada fração tinha um nome especial e na maioria utilizavam o denominador 12 (moeda *as* tinha uma libra dividida em 12 *unciae*).

No vale do rio Hoangô, a partir do terceiro milênio a . C. , se desenvolveu uma civilização agrícola neolítica. O utensílio de cerâmica encontrado revelava ligação com civilizações asiáticas. Dessa forma começou a civilização chinesa. Sua prosperidade e decadência foram vistas em diferentes dinastias na qual ocorreu a construção de grandes capitais. No século XVIII a .C. sucedeu a conquista da China pelos mongois. As relações científicas dos estudiosos chineses se alongaram para Ásia Central onde foi estabelecido contato com estudiosos árabes. Na antiga China utilizaram diferentes tipos de escritura numérica. A numeração hieroglífica foi vastamente utilizada desde o século II a.C. Até os séculos XII e XIII d.C, a escritura numérica de palitos de bambu era utilizada, sendo modificada no século XIII conforme Wussing (1998).

O sistema de numeração com palitos é decimal (na base 10) e se utiliza do zero.

O sistema de numeração chinês por volta dos séculos VIII e VII a.C. utilizava alternadamente barras verticais e horizontais para representar seus números. Nesta época utilizavam lacunas para representar a ausência de unidades. No século VIII passaram a representar a ausência de unidades por um pequeno círculo. Um documento da época mongólica traz as frações decimais representadas de uma forma muito próxima da nossa.

Um documento do século I chamado “Nove Capítulos Sobre os Procedimentos Matemáticos” tratava de problemas econômicos e administrativos tais como: medida de terrenos, cálculo de impostos e questões matemáticas de cálculo de área, raiz quadrada e cúbica, resoluções de equações algébricas e já trazia um tratamento de frações. Este foi reorganizado por Liu Hui no século III, que utilizou para representar as frações, as palavras: *fen* (partes), *zi* (numerador) e um (denominador) e dedicou um capítulo às operações de somar, subtrair, multiplicar, dividir, simplificar, comparar e calcular média. No seu 5º problema enuncia pela primeira vez, x de y partes para designar $\frac{x}{y}$, com x<y. Para divisão utilizavam situações

concretas: “Agora temos sete homens que dividem oito sapecas[14] e um terço. Perguntamos quanto um homem obtém”.

Os chineses entendiam das operações sobre frações, em que achavam o mínimo denominador comum. Em outros contextos os chineses viam analogias que davam por referência o numerador como “filho” e o denominador como “mãe”.

Nos primórdios do terceiro milênio a.C. existiu uma próspera cultura no vale do Rio Indo. As inscrições achadas ainda hoje são enigmáticas e poucas informações se sabem sobre os conhecimentos científicos que os hindus possuíam. Desse período são os Vedas que é uma enciclopédia das escrituras sagradas de várias religiões da Índia. É a mais antiga literatura indo-européia conhecida. Os Vedas foram divulgados oralmente e depois escritos em sânscrito arcaicos[15] Nessa civilização Buda se detinha em muitos interesses, inclusive na ciência, Chassot (2002, p. 26) relata que:

> “No primeiro milênio a.C. surge o nome de Buda (560-480 a .C.), que se destaca ao propor uma filosofia moral, difundida também em sânscrito. Buda fundava seu sistema sobre o amor e o conhecimento e no respeito à razão e à verdade. [...]. A filosofia budista, entre outros interesses, buscou explicações para problemas científicos. Formulou uma teoria atômica primitiva”.

A aritmética hindu do século III a.C. possuía um sistema de numeração do qual originou o sistema que usamos hoje.

O sistema de numeração indiano era de base 10. As frações foram tratadas de forma separada pela primeira vez no tratado Aryabhata (476), em que apresenta todas as operações com frações, sendo a soma e a subtração com redução ao mesmo numerador.

Brahmagupta (598) enunciou a divisão de frações da seguinte forma: “*depois de ter invertido o denominador e o numerador do divisor, o denominador do dividendo é multiplicado pelo (novo) denominador o seu numerador pelo (novo) numerador...*”. Mahavira (850) completou os trabalhos anteriores e apresentou um capítulo completo às frações, utilizando as palavras e respectivos significados abaixo, conforme Silva, Maria José (1997):

Ansa (parte) = numerador

Cheda (divisor) = denominador

Bhaga (dividir) aparecia com freqüência

[14] Pequena moeda chinesa.

[15] Uma das mais antigas línguas clássicas da Índia, da qual descendem várias línguas ou grupos de línguas.

Não é fácil resumir a significativa contribuição dos árabes para o avanço da ciência.

Al-kowarizmi (780-850) foi o autor de “Tratado de Aritmética”, considerada a primeira obra de tratamento do sistema decimal árabe e suas operações. Ele se baseou nos símbolos do modelo numérico indiano. Utilizou os conceitos de unidade, dezena e centena e descreveu suas operações de cálculo. Noutro capítulo tratou das frações atribuindo nomes especiais para as frações unitárias.

O matemático Al-Uglidisi (952) recompilou a aritmética indiana, grega e árabe de sua época, determinou uma representação das frações decimais, ex: 2’35 = 2,35 (lê-se 2 unidades e 35 de cem) e facilitou as multiplicações e divisões com potência de 10.

A obra *“A chave da matemática”* foi escrita por Al-Kasi. O segundo capítulo desta obra é dedicado às frações e estabelece tabelas de conversão de frações sexagesimais em frações decimais. Também determinou um procedimento para transformar frações ordinárias em frações decimais que é o seguinte: “*Para multiplicar os números 153* $\frac{1}{2}$ *e 16* $\frac{1}{4}$*, se substitui* $\frac{1}{2}$ *por 5 e* $\frac{1}{4}$ *por 25. Se separa os algarismos que ocupam as três últimas posições do produto 1535 x 1625 = 2494375 o que dá 2494,375 .*

Indica-se que a parte fracionária é igual a 3/8”.

Al-Hassar (séc. XII) desenvolveu um procedimento para o produto de um inteiro ou fração por outra fração, vejamos: “ *Reduz as frações de cada fator ao mesmo denominador e depois multiplica numeradores e denominadores entre si”.*

Por volta do terceiro milênio a.C. a Palestina viu o desenvolvimento de uma civilização dotada de originalidade e que recebeu o nome de civilização cananéia[16]. Os Hebreus foram influenciados por cerca de 3 mil anos pelas culturas egípcia, mesopotâmica e egéia.

A respeito da ciência hebraica, pouco se conservou do que estava escrito nos pergaminhos, pelo fato destes se deteriorarem facilmente. O que se tem de referência está na Bíblia.

Em Israel encontramos dois sistemas de numeração: o decimal originário da ação de contar nos dedos e o sexagesimal, herança da Babilônia.

---

[16] Esse nome foi tirado da Bíblia, que chama de Canaã a região onde se fixaram os hebreus.

Abraham bar Hiyya (1065-1145) escreveu a obra *"O livro das superfícies e das medidas"*, que era um pequeno tratado de geometria prática, utilizando as frações em notação alfabética e designada por "*n partes de p"*, ou seja, como relação parte /todo.

Abraham ibn Ezra foi autor do "*O livro dos Números"* (1160), que trazia um sistema posicional de nove algarismos (nove primeiras letras do alfabeto hebraico) mais o zero.

Na Idade Moderna, um dos principais divulgadores dos números decimais, inclusive não inteiros, foi Stevin.

Simon Stevin (1548-1620) escreveu a primeira obra da história que trata exclusivamente de frações: "*A décima"*. Para representar décimos, centésimos e milésimos utilizou um círculo acima ou depois de cada dígito com a sua respectiva potência de dez.

John Napier não tinha a matemática como profissão era um Barão que cuidava de suas propriedades e tinha interesse por alguns aspectos da matemática. A obra de Napier pode ser explicada da seguinte forma: "Para conservar próximos os termos numa progressão geométrica de potências inteiras de um número dado, é necessário tomar o número dado muito próximo de um." (BOYER, 1974 P.228). Essa compreensão levou Napier a inventar os logaritmos em 1614. Na sua obra "*Descriptio*" traduzida para o inglês em 1616 existe a representação das frações decimais com um ponto separando a parte inteira da fracionária. Já em 1617 na obra "*Rhabdologia*" foi descrito os cálculos com uso de barras, dessa forma Napier tomou como referência à aritmética decimal de Stevin e sugeriu o uso de um ponto ou de uma vírgula como separação decimal. Em 1619 com sua obra "*Constructio*" o ponto decimal passou a ser padrão na Inglaterra, já a vírgula utilizada hoje foi adotada pelo neerlandês Wilbord Snellius no início do século XVII.

Roberval (1602-1675) desenvolveu uma teoria de ordenação entre razões, o que desencadeou o processo de formação do conjunto dos racionais.

Em 1879 o matemático Dedekind, que defendeu a tese sobre o cálculo, escreveu a primeira definição explícita de corpo numérico, dando então aos conjuntos dos números racionais, dos reais e dos complexos a estrutura algébrica de um corpo.

A seguir, faremos uma análise do conjunto dos racionais, iniciando pela relação entre tais números e o processo de medição, conforme é realizado por Caraça (1989).

3.2 Os Números Racionais e a medida

O ato de medir é tão antigo quanto a contagem e são operações que em cada momento das nossas vidas são praticadas com freqüência. A costureira usa certa unidade para medir tecidos para confecção de vestuário. O pedreiro utiliza outra unidade de medida na construção. Medir é *comparar* duas grandezas da mesma espécie; dois comprimentos, duas áreas, dois volumes, etc. Nesse caso, estabelecer uma unidade de medida de grandeza única para comparação com qualquer grandeza da mesma espécie, é necessário nas diversas situações do cotidiano, como podemos perceber através do exemplo: vamos supor que uma costureira utilizasse um pedaço de tecido em forma de fita, que este fosse dividido em dez partes iguais e que se estabelecesse uma unidade de comparação, no caso 1cm. O número obtido (10cm) do tamanho do pedaço de tecido, que podemos chamar de *medida da grandeza*, é o resultado da comparação entre o comprimento e a unidade. Podemos também dizer que esse pedaço de tecido tem 0,1m se transformássemos a *medida da grandeza* para outra unidade: o metro.

Segundo Caraça (1989) para se eleger uma unidade de medida deve-se considerar as questões *de caráter prático, de comodidade e de economia*, por exemplo, não é confortável você tomar como unidade de comprimento o quilômetro para confeccionar um vestido ou utilizar o milímetro para medir a distância de um trópico a outro.

O ato de medir mostra a necessidade de outro campo numérico que não o dos naturais, pois estes últimos servem para enumerar e contar objetos. Desta forma, o conjunto dos naturais é insuficiente quando se trata de mensurar grandezas contínuas, tais como: massa, pressão, peso, área, entre outros. Assim é necessário um conjunto numérico com o qual seja possível realizar tais medições, ou seja, o conjunto dos racionais e também os irracionais algébricos, no entanto não vamos discutir os irracionais nesse trabalho porque não faz parte do nosso objeto de pesquisa.

Vamos considerar a seguinte situação de medida: sejam os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, conforme a figura 1:

Figura 1-Representação de dois segmentos
Fonte: Caraça (1989)

Coincidindo os extremos A e C podemos ver que o ponto D cai entre A e B. Dessa forma concluímos que o comprimento de $\overline{AB}$ é maior que o de $\overline{CD}$ ou que o comprimento de $\overline{CD}$ é menor que o de $\overline{AB}$. Mas só isso não basta para relacionarmos as grandezas envolvidas. Para prosseguirmos na construção desse conceito temos que responder a seguinte indagação: Quantas vezes cabe um comprimento noutro? Para responder essa pergunta devemos ter uma espécie de termo de comparação *único* para todas as grandezas da mesma espécie.

Além disso, é necessário:

a) Estabelecer uma *unidade de medida de grandeza*, única de comparação para todas as grandezas da mesma espécie.

   Ex: centímetro para comprimento, o segundo para o tempo.

b) Ser possível estabelecer o número que mostre o resultado da comparação com a unidade. Esse número é chamado de *medida de grandeza* em relação a essa unidade.

Podemos usar a figura 1 para comparar os comprimentos. Dessa forma o segmento $\overline{CD}$ cabe quatro vezes na unidade $\overline{AB}$. Há, portanto três aspectos na medida em que são: *escolha* da unidade, *comparação* com a unidade; *expressão* do resultado dessa comparação por um número.

Suponhamos o caso da figura 1, o segmento $\overline{AB}$, medido com a unidade $\overline{CD}$ = u, mede 4. Se dividirmos a unidade $\overline{CD}$ em três partes iguais e tomarmos uma nova unidade o segmento u’=$\overline{CE}$, a medida de $\overline{AB}$ baseado na unidade u’=$\overline{CE}$ é 12.

Segundo Caraça (1989), de um modo geral, se uma grandeza, medida com a unidade u, mede *m*, e subdividimos u em *n* partes iguais, a medida da mesma grandeza, com a mesma unidade u, se exprime pela razão de dois números *P e n*, onde *P=m.n* é o número de vezes que a nova unidade cabe na grandeza a medir.

m=m.n/n.

Outro caso que ocorre na subdivisão é o que se observa na figura 2.

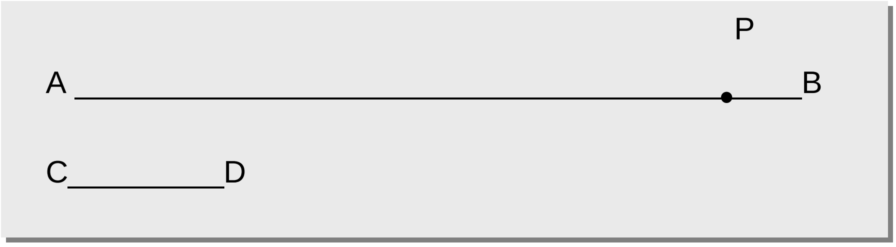


Figura 2-Representação da subdivisão
Fonte: Caraça (1989)

Nesse caso, a unidade sobre $\overline{AB}$, sobeja uma porção, $\overline{PB}$, de segmento inferior a unidade, então, dividimos $\overline{CD}$ em três partes iguais e a nova unidade coube onze vezes em $\overline{AB}$. A medida de $\overline{AB}$ em relação à nova unidade é 11. Pelo *princípio da economia* essa medida é dada pela razão 11/3. Sabemos que não existe esse quociente no conjunto dos inteiros, mas ele pode ser representado a partir do conjunto dos racionais.

Uma outra representação dos números racionais a partir da medida é a seguinte: considerando *M* uma grandeza, podemos exemplificar como comprimento, e *s* uma unidade da mesma espécie que *M*. “Suponhamos que não existe um número *p* tal que *p* vezes *s* (*s.p*) seja igual a *M*.” (PEREZ,1988, p.61). Entendemos que *M* é igual a *p* vezes *s* mais um segmento que é menor que *s*. Observe a expressão que reflete isso: $M = s.p+r$

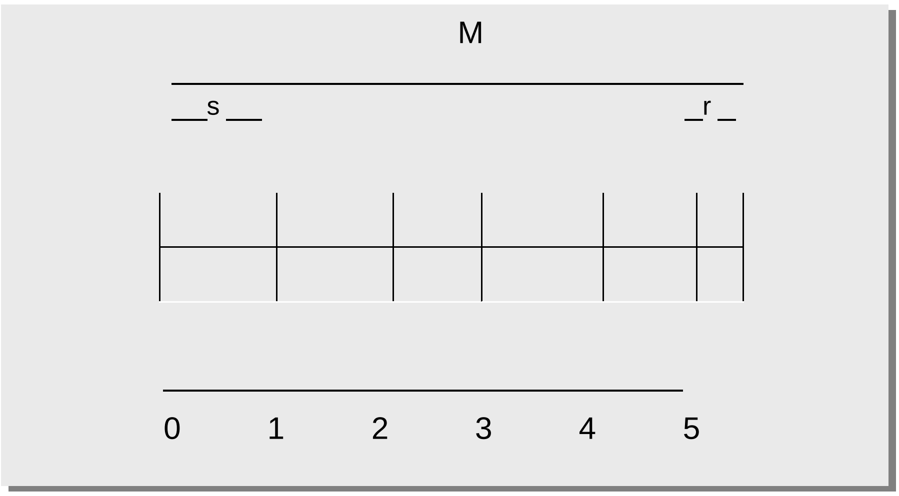


Figura 3-Representação dos racionais a partir da medida
Fonte: Caraça (1989)

Consideramos a unidade *s* dividida em um número *n* de partes iguais, cada uma delas será a enésima parte de *s* (1/n de *s* que representamos s/n).

Suponhamos que existe um número *q* tal que *q* vezes s/n é igual a grandeza *r* . Esta situação escrevemos da seguinte forma: $M= (p.n.s/n)+q.s/n$ e diremos que a medida de *M,* em relação a unidade *s/n* é o número ($p.n+q$). Seja a medida [M]= ($p.n.s/n$)+($q.s/n$)=($p.n+q$).$s/n=m/n.s$ (fazendo $p.n+q=m$) dizemos que *m/n* é a medida de *M* com a unidade *s* e chamamos número fracionário *m/n*. Este procedimento supõe que se pode subdividir indefinidamente a unidade.

Essa maneira de se construir os números racionais nos proporciona algumas definições que fazem possível a existência de números “obtidos das medidas”. Essa construção se apóia na geometria e na intuição geométrica de que é possível fazer indefinidamente as subdivisões da unidade.

Quando conseguimos uma mesma unidade de medida que meça dois segmentos, dizemos que eles são comensuráveis, caso contrário, dizemos que são incomensuráveis. Nesta última situação, necessitamos de outro conjunto numérico, ou seja, o conjunto dos irracionais.

Para todo número racional será possível encontrar um ponto sobre a reta que vemos na relação: $a>b$, se e somente se, existir um elemento *c* que verifique a igualdade: $a=b+c$. Além disso, constatamos que os números racionais se distribuem de maneira *densa* sobre a reta. Para qualquer par de números racionais *a e b,* pode-se encontrar outro racional e, de modo que $c=(a+b)/2$. Caraça (1989, p. 56) afirma que: “Todo conjunto [...] tal que entre dois dos seus elementos quaisquer exista uma infinidade de elementos do mesmo conjunto, diz-se um conjunto denso”.

Podemos ordenar os elementos do conjunto dos números racionais de modo a mostrar que é um conjunto enumerável, ou seja, com a mesma cardinalidade dos inteiros e que eles sejam conjuntos equivalentes, segundo Caraça (1989, p. 14): “[...] se, entre os elementos de dois conjuntos infinitos, puder estabelecer-se uma correspondência biunívoca, esses dois conjuntos dizem-se equivalentes”. Se podermos provar a possibilidade de estabelecer entre os números racionais e os números inteiros uma correspondência biunívoca, provaremos a sua enumerabilidade. Para fazer a demonstração é preciso agrupar todos os números racionais de maneira que em cada grupo a soma dos dois termos de cada fração seja a mesma. Assim teremos:

1º grupo: $\frac{1}{1}=1$; a soma dos dois termos da fração é igual a 2;

2º grupo: $\frac{1}{2},\frac{2}{1}=2$; a soma dos dois termos da fração é igual a 3;

3º grupo: $\frac{1}{3},\frac{2}{2}=1,\frac{3}{1}=3$; a soma dos dois termos da fração é igual 4;

4º grupo: $\frac{1}{4},\frac{2}{3},\frac{3}{2},\frac{4}{1}=4$; a soma dos dois termos da fração é igual a 5.

Agora faremos a correspondência biunívoca associando a cada número do grupo (racional) a um número inteiro. Observe:

Números racionais	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	4	$\frac{1}{5}$	5
Números inteiros	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Figura 4-Correspondência biunívoca
Fonte: Caraça (1989)

Assim concluímos que além de enumerável, o conjunto dos racionais é também denso, porém não é contínuo porque há elementos de corte que dividem este conjunto em duas classes, de modo que tais elementos não pertencem aos racionais.

Uma maneira de estruturar os números racionais na representação decimal consta em encontrar as soluções desta equação: $10^{n}.x=a$, sendo a um número inteiro e n um natural.

Definimos em ZxN a classe de equivalência:

$$(a,n) \Leftrightarrow (b,p)=a \,.\, 10^{p} = b.10^{n}$$

A classe do par ordenado (a,n) especificado acima se escreve $\frac{a}{10^n}$ e é um conjunto de frações equivalentes a fração $\frac{a}{10^n}$, que podemos nomeá-la de número decimal.

Um exemplo que podemos dar é: [1000x=67] que é equivalente a [x=67/1000] essa classe que podemos representar também por [$67/10^3$] tem várias frações equivalentes à 67/1000 que é um número racional na representação decimal, onde a=67 e n=3 (expoente).

3.3 Obstáculos[17] didáticos e o ensino dos números racionais

Segundo Silva (1997a) o conceito de número racional é considerado entre muitos conceitos, uma das idéias matemáticas mais complexas que o aluno deve encontrar.

Hart (1981 apud SILVA, 1997a) em sua pesquisa levantou algumas dificuldades com interpretações das frações e constatou que a maioria dos alunos considera a fração como dois números naturais, e que se pode somar os numeradores e os denominadores principalmente na adição de fração com denominadores diferentes.

Esse trabalho visa levantar dificuldades que os alunos enfrentam no processo de aprendizagem dos números racionais, uma delas é a questão dos obstáculos didáticos, epistemológicos e cognitivos que tem levado, muitas vezes, os alunos a cometerem erros quando vão utilizar os números racionais. A seguir comentaremos alguns desses erros detectados na pesquisa de Perez (1988):

3.3.1 Erros relacionados com o zero

---

[17] Segundo Brousseau (1981) há obstáculos de ordem:

Didático – São os que dependem da escolha de um projeto do sistema educacional, ou seja, são as dificuldades criadas pela escola, através da estratégia de ensino escolhida que provoca posteriormente obstáculos ao desenvolvimento da conceituação. Segundo Rosa (1998, p. 35) "Reconhecer um obstáculo permite ao professor rever sua primeira apresentação do conceito em questão, para explicitar melhor a dificuldade vivida pelo aluno".

Ontogênetico- Origina-se de limitações do sujeito em um dado momento de seu desenvolvimento mental. Normalmente surgem quando a aprendizagem está muito deslocada em relação a maturidade conceitual do sujeito.

Epistemológico - São inerentes ao próprio saber, constitutivos do próprio conhecimento. Podem ser percebidos nas dificuldades que os próprios matemáticos encontraram na história e por isso "não podemos nem escapar deles nem deixá-los escapar".

O obstáculo é um conhecimento, mesmo que seja falso, não consiste na ausência de conhecimento. Tem validade que produz respostas inerentes a certos problemas, mas que há uma condução de respostas erradas em outros problemas. O obstáculo é resistente a modificação e se torna preponderante em certas situações. É necessário negá-lo para a aquisição de um novo saber. (SILVA, 1997b).

A utilização do zero faz parte de mecanismos que funcionam de formas diferentes.

Ex; “alguns alunos ignoram o zero e interpretam 0,036 como 36, não considerando a estrutura global do número e vendo só como inteiro.” (PEREZ, 1988, p.137). Outro exemplo é que o aluno considerar 1,35 diferente de 1,350.

3.3.2 Erros[18] relacionados com a ordem dos decimais.

É lançada a proposta aos alunos que ordene os números a seguir do menor ao maior e a resposta é essa: 4,05<4,5<4,15 e eles respondem que o menor é o que tem o zero e logo após 5 é menor que 15.

3.3.3 Erros relacionados com as operações

Existem algumas operações que devem ter uma atenção especial por parte do professor, pois muitas vezes os seus resultados traz erros.

Ex: 0,70+0,40+0,20=0,130 ; 17,3+21,8=38,11.

Ex: Fazendo o número 437,56 dez vezes maior. Resposta: 437,560.

Podemos considerar que estes erros apontados por Perez (1988) são obstáculos á aprendizagem.

---

[18] Há algumas décadas atrás, a área da didática da matemática em alguns países vem se interessando e desenvolvendo pesquisa relacionada aos erros dos alunos. Segundo Schubring (1998) ficou reconhecido que os erros não vêm só de relatos que demonstre incapacidade subjetiva ou até mesmo falta de atenção, vem de outros fatores que estão ligados a sua experiência escolar. Para Radatz (1979 apud Schubring, 1998, p. 15):

“Erros de alunos são muito mais o resultado ou o produto de experiências anteriores nas aulas de matemática. [...] Pode-se constatar que os erros e alunos são casualmente determinados e muitas vezes sistemáticos, sem a ação do professor, são persistentes podendo perdurar ao longo de vários anos escolares, são analisáveis e descritíveis como técnica de erros”.

Entendemos que muitos jovens e adultos oriundos de insucessos escolares ou que não passaram por uma escola têm um certo senso numérico, claro que em diferentes níveis e de acordo com as situações vivenciadas por eles. Mas, esse conhecimento, que podemos chamar de informal, que eles detêm não é o bastante para que entendam as características conceituais e as operações dos números racionais. É provável que os seus conhecimentos prévios facilitem a compreensão do conceito, mas não permitam ampliar suas concepções numéricas dentro de um contexto social em que estão inseridos.

Estudos feitos em alguns países tais como Inglaterra e Brasil têm apresentado resultados em relação ao estudo dos números racionais na representação fracionária. A pesquisa de Lima (1997) analisa as conseqüências de iniciar o ensino de fração partindo do modelo parte-todo em situações do cotidiano. Já Hart (1981 apud SILVA, 1997a) discutiu em sua pesquisa a dificuldade que alguns alunos têm com a interpretação das frações.

Baseado nesses resultados constatamos que os alunos se mostram com dificuldade[19] em entender o conceito dos racionais e não vêem a fração como quociente. Silva, (1997a) alerta que enquanto os números naturais precisam de uma ação de contagem, a compreensão dos conceitos dos números racionais na representação fracionária e decimal depende do entendimento de outras construções, tais como: quociente, medida, operador, razão, zero à esquerda, comparação de decimais e relação de equivalência.

Preocupados com essa questão, decidimos focar nossos estudos sobre números racionais na representação decimal e fracionária com o intuito de realizar um trabalho com os alunos da EJA e criar um espaço de reflexão partindo das idéias envolvidas nos números racionais visando uma maneira significativa de aprender com criatividade desmistificando as regras e modelos.

Nossa pesquisa foi iniciada através da observação da dificuldade de se construir a compreensão do conceito dos números racionais, no contexto aos quais nossos sujeitos se encontravam inseridos, neste caso, a sala de aula. Antes de tratarmos a questão da formação do conceito elaboramos um instrumento de avaliação diagnóstica contendo quatro questões, com o objetivo de verificar a concepção que os alunos têm antes de qualquer intervenção sobre os Números Racionais. Esse instrumento foi uma atividade diagnóstica baseada no estudo de Perez (1988) em sua pesquisa sobre o ensino dos números racionais na representação decimal. Com

[19] A dificuldade é algo que impede de executar de imediato e bem alguma coisa. Elas podem ser causadas por diversos fatores como: conceito que se aprende, método do professor, conhecimentos prévios dos alunos e sua própria disposição para aprender.

base nessas questões, elaboramos a atividade com objetivo de conhecer algumas dificuldades dos alunos da EJA face ao estudo dessa temática assim como comparar em termos percentuais o confronto entre o resultado de Perez (1988) e o dessa atividade.

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA: Números Decimais

1) QUESTÃO:
Seis décimos se escreve assim 0,6. Como se escreve três centésimos?
( ) 0,300 ( ) 3,00 ( ) 3,0 ( ) 3,100 ( ) 00,3 ( )0,03

2) QUESTÃO:
Compare os decimais 4,5; 4,15; 4,05 e diga quem é o maior entre eles.

3) QUESTÃO:
Faça o número 437,56 dez vezes maior.
( ) 437,560 ( ) 4375,6 ( ) 4,3756 ( ) 43756

4) QUESTÃO:
Considere a seguinte soma de decimais 0,70+0,40+0,20. Qual o resultado?
( ) 0,130 ( ) 01,30 ( )1,30

A atividade diagnóstica foi aplicada no início do segundo semestre do ano de 2005, pela professora da turma D do III nível da EJA, Cristiane Lima, da Escola Municipal Ferreira Itajubá da zona oeste de Natal. Nesse primeiro momento a professora da turma e o professor pesquisador foram apenas expectadores, sem intenção de interferir na interpretação das questões. Participaram dessa atividade 14 alunos que resolveram as questões individualmente, sem consulta, e teve duração de uma hora e trinta minutos.

Foram elaboradas quatro questões e a seguir descreveremos os resultados.

Na primeira questão perguntei como se escreve três centésimos.

Opções de resposta: ( ) 0,300 ( ) 3,00 ( ) 3,0 ( ) 3,100 ( ) 00,3 ( ) 0,03

OBJETIVO: Esta questão tem o objetivo de suscitar a compreensão dos alunos em relação ao sistema de numeração decimal quando se trata de números inferiores a um.

Acreditamos que muitos têm a compreensão do sistema de numeração decimal no campo dos números decimais.

RESULTADOS

RESPOSTA		
Certa 4 alunos	**Errada 71,43%**	
Item 0,03	Item 0,300	5 alunos
	Item 3,00	1 aluno
Resposta certa	Item 3,100	2 alunos
	Item 00,3	2 alunos

Quadro1 - Percentual relativo as respostas certas e erradas da questão 1

Nesta questão quatro alunos responderam certo e dez alunos responderam errado e dentre este percentual de erro cinco marcaram a resposta *0,300*. Neste caso observamos que os alunos que optaram por esta resposta não estão totalmente familiarizados com o sistema de numeração decimal quando a representação decimal é menor que um, e que, por conseguinte, não podem compreender o sistema de numeração decimal no campo dos decimais inferiores como no sistema de numeração decimal nos números inteiros. Outro aspecto importante dessa resposta é a palavra "centésimos" que lembra centena: como a expressão da resposta é "três centésimos", o aluno associa o número três ao cem e acha o produto trezentos; como está se tratando de números com vírgula ele assinala a resposta que enfoca os dois aspectos: o trezentos e a vírgula. Um aluno marcou a alternativa *3,00* e mais uma vez veio à tona o desconhecimento do sistema de numeração decimal na representação dos decimais e do sistema posicional. Explicando melhor, é que no seu conhecimento prévio não há uma dimensão do que é parte inteira e parte decimal. Outra questão é que ele não se dá conta de que a resposta *3,00* é a mesma da alternativa *3,0*; se soubesse, marcaria as duas.

Dois alunos marcaram a alternativa de resposta *3,100* em que analisamos o não conhecimento do sistema de numeração decimal dos decimais. Outra questão é que a expressão "três centésimos" leva o aluno a associá-la à resposta "três cem".

Dois alunos assinalaram *00,3.* Mais uma vez o não-conhecimento do sistema de numeração é observado neste quesito. Um outro fato interessante também é observado: os dois zeros antes da vírgula referem-se aos zeros da centena justificando assim a expressão acima citada. E ainda esses alunos não atentaram para alternativa, *0,300* que é o mesmo número do item *00,3.* Há um desconhecimento de que o primeiro zero não assume valor operacional, portanto a sua exclusão não interfere na resposta. É evidente quando eles acham que as duas alternativas são equivalentes.

Na segunda questão pedi para comparar 4,5; 4,15: e 4,05 e dizer qual é o maior entre eles.

<u>Opções de resposta:</u> resposta aberta de acordo com a ordem que eles julgam ser certa.

<u>OBJETIVO:</u> observar como os alunos comparam os números decimais indicando quem é o maior e o menor e ver se eles fazem a conexão entre decimais e inteiros na reta numérica.

<u>RESULTADOS</u>

<table>
<tr><td colspan="4">RESPOSTA</td></tr>
<tr><td colspan="2">Certa 4 alunos</td><td colspan="2">Errada 10 alunos</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Item 4,5
Resposta certa</td><td>Respondeu 4_15</td><td>1 aluno</td></tr>
<tr><td>Respondeu 415</td><td>1 aluno</td></tr>
<tr><td>_</td><td>_</td><td>Responderam 4,15</td><td>8 alunos</td></tr>
</table>

Quadro 2 - Percentual relativo as respostas certas e erradas da questão 2

Nesta questão, quatro alunos responderam certo, e dez alunos responderam errado. Destes dez, oito responderam 4,15 justificando que este é o maior número, possivelmente eles constataram essa resposta porque compararam os números após a vírgula, *5; 15 e 05,* e disseram que *15* é o maior. No universo desse percentual de erros um aluno escreveu a resposta *4_15.* Esta resposta está demonstrando o desconhecimento do que é parte inteira e parte decimal. A vírgula é substituída por um traço destacando o número 15. Esse traço observado pode ser representado pelo traço da fração na tentativa de uma possível conversão. Em outra situação um aluno respondeu *415*. Observamos mais uma vez o pouco conhecimento da representação decimal, neste caso, a ordem nos números naturais é confundida com a ordem dos decimais no campo dos centésimos. Dessa forma também não está claro para o aluno a relação parte inteira e decimal.

Na terceira questão a proposta é eles fazerem o número 437,56 dez vezes maior.

<u>Opções de respostas:</u> ( ) 437,560 ( ) 4375,6 ( ) 4,3756 ( ) 43756

<u>OBJETIVO:</u> Nesta questão o intuito é verificar como eles utilizam a multiplicação nos decimais, se eles encaram como um prolongamento da multiplicação nos naturais e se há intenção em deslocar a vírgula ao invés de operar a multiplicação. Um outro fato atrelado a este é que os alunos sabem que multiplicar é acrescentar. Perez (1988, p. 138, tradução nossa) afirma que, “Um bom número de alunos justificam que multiplicar é fazer um número maior”.

Acreditamos que muitos irão deslocar a vírgula observando a ordem da dezena.

<u>RESULTADOS</u>

RESPOSTA		
Certa 5 alunos	Errada 9 alunos	
Item 4375,6 Resposta certa	Responderam 4,3756	8 alunos
	Respondeu 437,560	1 aluno

Quadro 3 - Percentual relativo as respostas certas e erradas da questão 3

Nesta questão, cinco alunos responderam certo, assinalando o item *4375,6*. Nove alunos responderam errado. Desses erros, oito alunos assinalaram a alternativa *4,3756*. Observamos nesta resposta uma falta de conhecimento de como processar a operação multiplicação nos decimais, considerando no final da operação o lugar adequado para colocar a vírgula e entender na reta numérica a idéia de dimensão entre número assinalado e a resposta correta. Um outro aspecto é que os alunos têm em mente, e pensa-se como obstáculo, que multiplicar é aumentar o resultado. Transformar *437,56* em um número dez vezes maior significa para eles comparar. Portanto, a parte decimal *3756* da resposta é maior que *56* proposto na questão. Um aluno respondeu *437,560*. Neste caso ele multiplicou o *56* por dez e o fez corretamente no campo dos números naturais, mas partindo para a compreensão no sistema dos números decimais, ele não conseguiu desenvolver a resposta certa.

Na quarta questão perguntou-se qual seria o resultado da soma 0,70+0,40+0,20?

<u>Opções de respostas:</u> ( ) 0,130 ( ) 01,30 ( ) 1,30

<u>OBJETIVO:</u> Nesta questão queremos observar se os alunos conseguem identificar o que é número inteiro e o que é representação decimal na organização do *dispositivo prático*[20] e se eles conseguem aplicar e entender a regra "vírgula abaixo de vírgula".

Acreditamos que muitos alunos vão utilizar a regra: "vírgula abaixo de vírgula".

<u>RESULTADOS</u>

RESPOSTA		
Certa 5 alunos	Errada 9 alunos	
Item 1,30	Responderam 0,130	8 alunos
Resposta certa	Respondeu 01,30	1 aluno

Quadro 4 - Percentual relativo as respostas certas e erradas da questão 4

Cinco alunos responderam certo, *1,30,* e nove alunos responderam errado. Desses erros oito alunos assinalaram a opção *0,130,* e ao optarem por esta resposta, os alunos demonstraram o desconhecimento do valor posicional. Ao operarem a soma colocaram a parte inteira *1* do decimal abaixo da parte, dos décimos, contrariando assim a ordem dos algarismos nos decimais. Batista (1995, p. 70) relata que: "[...] parece-nos que predomina a não compreensão do valor posicional, que se reflete na dificuldade com operações aritméticas com números de dois ou mais

[20] Colocam-se as representações decimais de modo que as vírgulas se correspondam e efetua-se a adição como se fossem números naturais. (SANGIORGI, 1986, p. 139)

algarismos". Em outra situação um aluno optou pelo item *01,30*, observa-se nesta resposta que todas as etapas da resolução do algoritmo são obedecidas, sendo que um outro algarismo, o zero, é preservado por entender que a resposta tem que ser acompanhada pelo zero pois as parcelas são assim. Um outro aspecto é considerarem os decimais como pares de números naturais, de forma que a resposta tem que exibir uma quantidade maior de algarismos do que as parcelas. (PEREZ, 1988)

Tendo nesta seção detalhado a construção do campo dos Números Racionais, vamos nas próximas seções mostrar o estudo que fizemos junto aos alunos.

4 ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Para a definição dos aspectos dos números racionais que vamos abordar nesta pesquisa, utilizamos Perez (1988) e Silva (1997a). Escolhemos os seguintes temas: relação parte-todo, operador, equivalência, razão, quociente e decimal. Além disso, foram considerados os resultados obtidos a partir da aplicação de uma atividade diagnóstica, que buscou identificar os conhecimentos prévios que os alunos do III nível da EJA turma D, tinham em relação aos números racionais.

Desta forma propusemos uma seqüência didática a ser desenvolvida em 10 aulas, dirigida aos trinta alunos do III nível EJA da referida escola pública municipal, sendo que, vamos observar uma amostra de quatro alunos.

As atividades foram elaboradas considerando os seguintes pontos: abordagem dos conhecimentos prévios, conceito, objetivos, material necessário e procedimentos que os alunos deverão realizar.

4.1 A escola e os alunos

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Municipal Ferreira Itajubá localizada na Rua dos Pêgas s/n bairro das Quintas. Nela funcionam, 14 salas nos turnos matutino e vespertino e 10 no noturno. Há 430 alunos no matutino, 480 no vespertino e 270 no noturno. São 13 ciclos de 1º e 2º segmento e 1 educação infantil no matutino, 12 turmas seriadas de 5ª a 8ª e 2 de educação infantil no vespertino e, no noturno, 5 turmas do III nível EJA, 4 turmas do IV nível EJA e 1 turma do II nível EJA. A escola ainda possui 1 biblioteca, 1 sala de informática e a sala de vídeo que funciona na biblioteca. Esses recursos são utilizados pelos alunos do III e do IV níveis da EJA.

O universo de nossa pesquisa é formado pelos alunos do nível III da EJA turma D da escola anteriormente citada. A turma era composta por muitos adultos, a maioria reside no bairro e possui um bom relacionamento com a professora. As aulas de matemática dessa turma aconteciam nas segundas das 20h 30min às 22h e nas terças, das 19h às 20h 30. A escola possui em seu suporte pedagógico: 2 supervisores no turno matutino; 2 no turno vespertino e 3 no noturno.

A professora que aplicou as atividades é Cristiane Lima[21], trabalha na educação há 20 anos e na EJA, há 5 anos. Possui Licenciatura em matemática, é uma educadora inteirada e não têm nenhuma objeção em aplicar na sala de aula novas propostas de ensino. Com larga experiência na rede pública, emite um carisma muito agradável a seus alunos. Portanto, fizemos o convite certos de que a relação profissional entre a professora e o pesquisador iria render muitas experiências boas em sala de aula. A opção por uma escola da rede pública municipal deu-se pelo fato do pesquisador já trabalhar nesta escola.

O questionário de entrevista foi elaborado pelo professor-pesquisador e pela orientadora com intuito de não só coletar informações formais da vida profissional e escolar dos alunos, mas também deixá-los à vontade para expressarem seus questionamentos, suas vitórias e insucessos durante a vida escolar e o que representa a matemática para eles. A entrevista é classificada como semi-estruturada (Apêndice A), pois reflete uma intervenção menos rígida na abordagem dos alunos. Ludke e André (1986, p. 34) afirmam que "a entrevista semi-estruturada se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações".

O critério de escolha foi decidido entre nós, os colaboradores da pesquisa. O público escolhido foram os alunos com maior deficiência na matemática, fazendo jus ao tema que é a inclusão em sala de aula. Os alunos escolhidos para serem analisados foram 3 pessoas do sexo feminino e 1 do sexo masculino. A descrição a seguir é fruto de uma entrevista e revela um pouco da vida de cada um. Optamos por não divulgar seus nomes verdadeiros porque entendemos que, mesmo sendo parte e estrelas autênticas dessa pesquisa, precisam ter suas identidades preservadas.

Começamos por **Dy**, 46 anos, mecânico, há pelo menos 20 anos na profissão. Quanto à escolarização ele relatou que: "*foi bom, estudei em vários cantos, não tive problema com a matemática e é a matéria que gosto mais*." Quando perguntei por que parou de estudar ele disse que faltava professor na escola em que estudava e em outra ocasião estudava numa escola muito distante e que sentia dificuldade em ir, pois precisava trabalhar. Perguntamos por que voltou a estudar e ele respondeu que sentia necessidade em evoluir na leitura e na escrita. Perguntamos

[21] Esse nome é fictício.

ainda o que ele achava da matemática, ao que ele respondeu que "*é bom e importante, mas tenho dificuldade com 'matéria nova' só com um certo tempo consigo evoluir.*" A respeito da utilização da matemática na sua profissão ele respondeu que "*às vezes utilizo o 'paquímetro' para medir as peças.*"

Lya, 28 anos, doméstica, exerce essa profissão há 13 anos. Perguntamos a respeito da escolarização, ela disse que mudava muito de escola porque seus pais se mudavam muito de um bairro para outro. Parou de estudar por dois motivos: primeiro, porque seus pais se separaram e ela teve que cuidar de seus irmãos menores, segundo porque trabalhava em casa de família e o patrão não a deixava estudar. Perguntamos por que voltou a estudar, ela respondeu que não queria ficar toda a vida na profissão de doméstica. Perguntamos ainda o que ela achava da matemática, ela disse que "*antigamente tinha dificuldade, mas agora estou aprendendo e estou gostando.*" Quanto a utilização da matemática na profissão, ela falou que utilizava quando ia todos os dias ao mercado fazer compras e na culinária quando cozinhava a metade ($\frac{1}{2}$) do pacote de macarrão e 1kg de feijão.

Rose, 24 anos, doméstica, trabalha nesse ramo há 5 anos. Sobre sua escolarização, ela disse que "*estudava e parava, isso sempre aqui em Natal e em escola pública.*"Parou de estudar por falta de tempo. Resolveu voltar porque queria melhorar de vida. Perguntamos o que ela achava da matemática e ela revelou que "*era ruim e difícil*," apesar disso, admitiu usar a matemática em sua profissão.

Ana, 26 anos, estudante, informou que foi alfabetizada logo, mas tem dificuldade em escrever certo. Parou de estudar, porque ia se divertir com os amigos. Voltou a estudar, porque "*percebi que sem estudo não sou nada e não vou arranjar um emprego*." Gosta de matemática e a utiliza em sua profissão.

A nossa pesquisa foi feita na escola pública, a qual como toda estrutura educacional pública possui suas dificuldades e limitações. Descreveremos aqui algumas que intervieram na pesquisa.

Em se tratando de espaço físico a sala de aula não é adequada para esse tipo de coleta de dados, pois possui uma parede com estrutura de ventilação que fica justamente do lado do corredor. Quando era dado o sinal do intervalo os alunos que se deslocavam para outras salas faziam muito barulho, dificultando a gravação dos dados e o próprio aprendizado dos que estavam em sala. Uma outra barreira física que detectamos é a instalação elétrica da sala que só dispunha de duas tomadas. Quando os grupos se separavam, o professor tinha que sempre localizá-los próximo a essas tomadas, isso gerava um certo constrangimento pois nem todos queriam sair do lugar previamente demarcado. Esses aspectos não chegaram a inviabilizar a pesquisa, mas trouxe certas limitações.

4 .2 Elaboração das atividades

Nesta seção apresentaremos a seqüência didática elaborada a partir do resultado da atividade diagnóstica aplicada aos alunos da Educação de Jovens e Adultos e de algumas de suas deficiências observadas dentro do campo dos Números Racionais.

A seqüência didática foi organizada em forma de atividades, sendo boa parte delas resolvidas com o auxílio do material concreto, ou seja, palitos de fósforo, material dourado e papel quadriculado. A escolha dos palitos de fósforo e do quadriculado foi feita por dois aspectos, um é que esses materiais podem ser um auxílio prático na exploração das idéias inseridas nos conceitos, Moysés (2004, p. 103) fala que: “os objetos e os demais recursos visuais [...] passaram a ser apenas o signo que os ajudava a compreender as idéias contidas nos conceitos que estavam aprendendo”. Outro é que esses materiais são de baixo custo.

O material dourado foi escolhido por ser didaticamente um material de apoio em vários conteúdos matemáticos, inclusive nos racionais. A manipulação desse material permite não só a compreensão de conceitos no campo dos racionais, mas em outros campos do conhecimento matemático.

“Este fato faz com que um mesmo conceito possa ser explorado em diversos campos e situações, permitindo desta forma uma compreensão melhor do mesmo”. (SILVA, Maria Célia, 1997, p. 48). É com esta finalidade que utilizamos esses materiais em nossa seqüência.

Com a seqüência didática temos os seguintes objetivos específicos:

❖ Espera-se que o aluno consiga entender o que significa relação parte-todo;

- Definir o conceito de fração e suas operações a partir de situações propostas na seqüência tendo como base o material concreto;
- Compreender diferentes formas de representar os números racionais;
- Definir o que é unidade;
- Trabalhar com materiais manipulativos em sala de aula, integrando-os como suporte didático na resolução das atividades no campo dos racionais.

Na elaboração das atividades tivemos as seguintes hipóteses:

- No ensino há uma dissociação das diferentes formas da representação dos números racionais; nas atividades elaboradas pretende-se desmistificar essa problemática associando as muitas formas de representação destes números;
- Os alunos têm dificuldade e resistência em utilizar o material dourado; as atividades visam superar essas dificuldades;
- O saber produzido no campo dos racionais com o auxílio do material concreto, que no caso deste trabalho são os palitos de fósforo, material dourado e o material quadriculado, possibilita uma compreensão mais ampla do que aquele que é tratado em aula expositiva;
- Os alunos têm dificuldades para operar com números racionais, porém acreditamos que ao propormos situações significativas para que resolvam, eles conseguirão realizar tais operações.

4.3 Aplicação das atividades

A seqüência didática foi aplicada pela professora Cristiane e o professor pesquisador, sendo que este último ficou observando e gravando o grupo escolhido para a análise. Ele só intervinha, orientando, quando era interpelado pelo grupo. A seqüência desenvolveu-se durante dez sessões de uma hora e meia cada, sendo que, em algumas, o tempo transcorrido era pouco mais de uma hora, o que estava associado a alguns fatores internos da escola que limitava a pesquisa.

No decorrer da seqüência foi colocado a disposição dos grupos o material concreto outrora mencionado e a cópia das atividades que foi fornecida individualmente.

A professora Cristiane em todas as sessões procedeu da seguinte maneira:

- Distribuiu as atividades;
- Pediu que os grupos de trabalho se organizassem;
- Recolhia todo o material e as atividades ao final de cada sessão.

A primeira sessão (17/10/05): No primeiro encontro com a turma do III nível D, foi distribuída a atividade com palitos (apêndice C atividade I) que tinha como objetivo desenvolver junto aos alunos o conceito de fração. Foram distribuídos também palitos de fósforos para auxiliar os alunos na execução da atividade. A professora Cristiane explicou que a atividade se tratava de uma pesquisa e que tanto ela como o pesquisador a estavam desenvolvendo em parceria. Explicou o procedimento das atividades, separou os grupos em duplas, pois o número de alunos estava reduzido, e indicou para o pesquisador a dupla que iria formar o grupo dos supostos excluídos do processo de ensino em sala de aula devido à dificuldade de acompanhar o nível da turma.

Segunda sessão (26/10/05): Nesta aula a atividade dos palitos foi suspensa, pois o pesquisador e a Orientadora identificaram na análise da 1ª aula, um obstáculo didático proveniente da não compreensão do conceito de o que é numerador e denominador. Baseado nessa problemática, o pesquisador, a Orientadora e a professora Cristiane elaboraram uma *atividade de fração* (apêndice D) que visava transpor esse obstáculo. Cristiane distribuiu a atividade e explicou que ao invés da atividade com palitos, eles iriam fazer outro tipo de atividade. Feito a divisão da turma em duplas, deu-se início aos trabalhos.

Terceira sessão (27/10/05): Nesta aula foi retomada a atividade dos palitos. Cristiane iniciou a aula revisando o conceito de numerador e denominador tendo como base a *atividade de fração* aplicada em sala na aula anterior e falou um pouco sobre a parte histórica. Nos dirigimos à dupla a qual eu já vinha observando e fui interrogado sobre a *letra "a" da "situação 3"* (apêndice C atividade I), esclareci e verifiquei que o interesse e a participação era algo em destaque.

Quarta sessão (31/10/05): A professora Cristiane deu alguns informes à turma a respeito do que já havia sido feito das atividades e logo em seguida distribuiu as atividades dos palitos. A maioria do grupo estava fazendo a *situação 5* (apêndice C atividade I) e o grupo em observação também pediu explicações ao pesquisador a respeito do item *e* desta *situação*. Uma outra aluna de outro grupo faltou as duas primeiras aulas e iniciou a atividade dos palitos nesta aula.

Quinta sessão (07/11/05): Nesta aula foi retomada a atividade dos palitos. Mais uma vez Cristiane dividiu os grupos, que já foram formados anteriormente, e deu início a aula. Ela ficou dando assistência aos demais grupos e eu fiquei observando o grupo da pesquisa. Começamos com um problema, Dy faltou duas aulas e ficou com a atividade atrasada em relação ao grupo e o resto da turma. Tive que encaminhar o conceito de numerador e denominador para que ele entendesse as questões abordadas nesse dia.

Sexta sessão (08/11/05): A aula iniciou às 19h45min e neste dia o grupo que o pesquisador vem sempre observando estava com 4 integrantes. Um dos integrantes pediu para que discutíssemos o *quesito 1* item *b da atividade dos quadriculados* (apêndice C atividade II) explicamos a ele, mais interpelando do que afirmando. Aplicamos algumas questões aos grupos e encerramos a sessão.

Sétima sessão (24/11/05): A aula foi iniciada pela professora Cristiane e foram distribuídas as atividades para todos os grupos. Nessa aula só estavam presente no grupo que o pesquisador observava duas alunas, Lya e Rose. De início elas tiveram dúvidas no *quesito 4 item a da atividade dos quadriculados* (apêndice C atividade II) e após explicações do pesquisador, conseguiram resolver este item bem como os outros apresentados.

Oitava sessão (29/11/05): Alguns alunos nesta aula estavam encerrando a atividade dos quadriculados e entraram na atividade do material dourado (apêndice C atividade III). Cristiane distribuiu o material (material dourado e os exercícios) e mostrou seu uso como suporte na resolução das questões. A sala inicialmente respondeu bem ao exercício.

Nona sessão (05/12/05): Antes de iniciar a aula, Cristiane distribuiu 3 placas, 10 barras e 33 cubinhos para cada grupo. Assim, ela iniciou a aula pedindo para que todos lessem o *quesito 6* (apêndice C atividade III), todos leram, houve uma breve discussão e Dy estava com dificuldade justamente nessa questão, em se tratando do item *a e b*. Precisou do nosso apoio para explicar-lhe e até ler com ele.

Décima sessão (06/12/05): Antes de iniciar a aula a Professora Cristiane distribuiu o material dourado para toda a turma e retomou o quesito oito da atividade do material dourado, distribuindo o material dourado e as atividades. Algumas pessoas da turma retomaram o *quesito 8*, mas outras já tinham terminado as atividades e ficaram ajudando aos outros. O grupo ao qual estávamos observando não tinha concluído a atividade. Lya se queixou das questões pelo seu grau de dificuldade.

4.4 Análise dos dados

A análise de dados em uma pesquisa tem que dar uma margem de compreensão sobre as informações coletadas; mostrar se são válidas ou não as hipóteses e explicitar as questões propostas na pesquisa.

Optamos por uma interpretação qualitativa em que ora a aprendizagem significativa é mostrada, ora os entraves, em algumas vezes, são evidentes. Dessa forma, Ludke e André (1986, p. 45) relatam que "Analisar os dados qualitativos significa 'trabalhar' todo material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas". Para adquirir estes dados o pesquisador tanto fez anotações das aulas observadas como achou por bem gravar em áudio, como diz Ludke e André (1986, p. 37) "A gravação tem a vantagem de registrar todas as expressões orais".

- Atividade I

Elaboramos uma seqüência de atividades (Apêndice C) composta de duas atividades que chamarei de Atividade I e Atividade II. A primeira contém cinco situações que obedecem a um grau de dificuldade crescente e cujo objetivo é conceituar a fração a partir de questões que enfocam a relação numerador denominador, relação parte-todo, equivalência de fração, razão e conceito de fração em situação de conjunto discreto e de todo contínuo. A segunda contém dez questões referentes a unidade, operações com racionais, relação parte-todo e conversão da representação decimal para a fração, em situação de inteiro contínuo.

Essas atividades foram elaboradas a partir do resultado da atividade diagnóstica e do levantamento de dificuldades na concepção dos alunos em relação aos números racionais.

<u>*Na situação 1*</u> da primeira atividade é pedido para considerar um conjunto de 24 palitos e em seguida dividir em três partes iguais. O professor pesquisador e a professora Cris se surpreenderam quando **Dy**, um dos integrantes do grupo observado, respondeu corretamente quase todos os quesitos desta situação apenas na relação parte-todo e não fazendo a equivalência, isso depois de uma ligeira explicação desta relação e equivalência, enquanto que o restante da turma depois dessa ligeira explicação, que foi geral, não conseguiu responder de imediato e "chutou" a resposta. Este fato está evidenciado no diálogo a seguir:

Cristiane: Leu o item b da situação 1 e perguntou: "alguém sabe?" um breve silêncio...
Dy: Um terço professora.
Cristiane: Como você sabe disso Dy?
Dy: Ah, professora, eu dividi em 3 partes o 24 e não tirei esta parte, então fica 1 de 3.

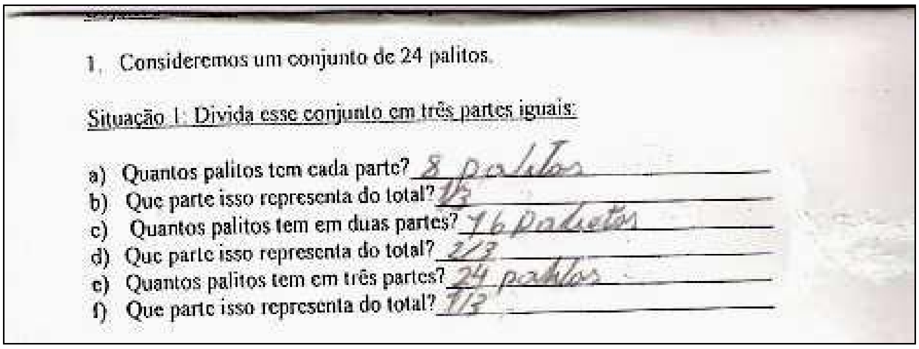
Dy demonstrava-se empolgado com o desenrolar da situação e se arriscou a ajudar Lya que estava com dificuldade em entender a relação parte-todo:

Cristiane: E você Lya, concorda?
Lya: Eu, eu não sei professora, tenho dúvidas.
Cristiane: Quais?
Lya: Ah professora, esse negócio de fração é difícil!
Dy: Eu te explico, você num tem 24 palitos e quando a gente separou cada tanto desse ficou com 8 ?
Lya: É.
Dy:Então quando você tira essa parte é um de três, entendeu?

Lya: Médio!...

Vemos que, depois da explicação de Dy, Lya passou da fase: “fração é difícil” para: “entendeu? É médio...”. Em algumas falas do diálogo, Dy demonstra compreender a relação parte-todo e tenta passar para Lya aquilo que ele entendeu por intermédio de uma explicação.

Nesta situação não houve uma percepção da equivalência de frações por parte de Dy e Lya. Ao responder os itens se restringiam apenas a relação parte-todo. Só no item *b* que Lya tenta fazer a relação sem sucesso. A seguir mostraremos os seus exercícios para evidenciar tal fato:

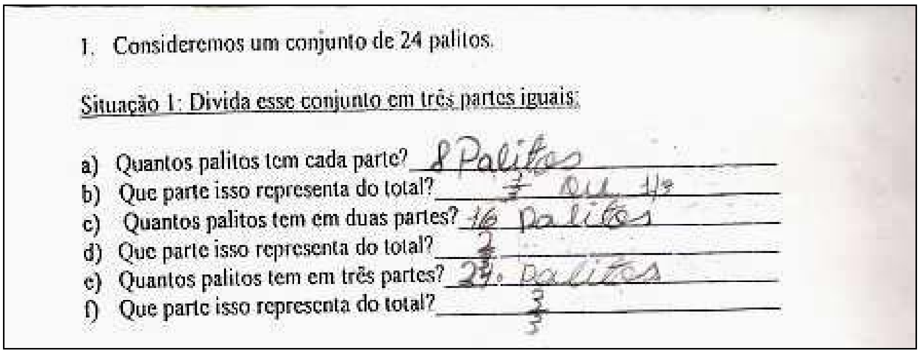

1. Consideremos um conjunto de 24 palitos.

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais:

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 palitos
b) Que parte isso representa do total? 1/3
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 palitos
d) Que parte isso representa do total? 2/3
e) Quantos palitos tem em três partes? 24 palitos
f) Que parte isso representa do total? 1/3

Quadro 5 – Respostas de Dy na situação 1

No próximo quadro observamos o desempenho de Lya na situação 1.


1. Consideremos um conjunto de 24 palitos.

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais:

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 Palitos
b) Que parte isso representa do total? $\frac{1}{3}$ ou 1/3
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 palitos
d) Que parte isso representa do total? $\frac{2}{3}$
e) Quantos palitos tem em três partes? 24. palitos
f) Que parte isso representa do total? $\frac{3}{3}$

Quadro 6 – Respostas de Lya na situação 1

No quadro 5 observamos que no item *f* Dy errou a resposta e não conseguiu associar a resposta de cada item a sua equivalência. No quadro 6 Lya acertou todos os itens, mas não conseguiu também associá-los a equivalência. No item *b* ela tentou fazer uma relação entre as duas respostas, mas não demonstrou conhecimento de equivalência.

Na questão de participação em sala de aula, tanto Dy como Lya participaram e interagiram entre si, questionando e respondendo os itens propostos.

Quanto à manipulação do material, não tiveram dificuldades, pelo contrário, facilitou nas operações não contempladas nesta análise tais como: divisão e agrupamento.

<u>*Na situação 2*</u> foi interessante a maneira com que o grupo respondeu o item *a*. Dy agrupou os palitos de 3 em 3 formando 6 grupos e o que sobrou dos 24 palitos, no caso 6 palitos, foi redistribuído nesse agrupamento ficando assim 4 palitos para cada grupo sendo um total de 6 grupos. Em seguida Dy foi explicar o processo para Lya e ela com uma certa dificuldade concluiu esse item.

O item *b* foi confuso para eles, pois para pegar uma parte do agrupamento (4 palitos) e dizer o que isso representaria do todo causou divergência nas respostas que foram: $\frac{4}{24},\frac{4}{20},\frac{1}{6},\frac{1}{5}$. Para isso intervi tentando encaminhar a resposta certa, desenhei uma circunferência, dividi em 24 pedaços e em seguida fiz a representação da retirada de 4 pedaços, pedi para a dupla me dar a resposta e no entanto, eles não conseguiram chegar à resposta: $\frac{4}{24}$. Insistiam na resposta: $\frac{4}{20}$, depois de um certo tempo de questionamentos por parte do pesquisador eles responderam o valor $\frac{4}{24}$, mas sem ter a certeza se a resposta era esta. Logo em seguida o pesquisador fez uma comparação dos agrupamentos dos palitos com taças de pudim e fez a seguinte pergunta "se eu tirar essa porção quanto tirei do todo?" a resposta obtida foi: $\frac{1}{5}$, tirei um bloco de palitos e perguntei novamente quanto isso representa em relação ao todo, eles responderam: $\frac{1}{6}$. Um outro fator importante observado nesse processo foi que a dupla não conseguiu enxergar a equivalência entre as frações: $\frac{1}{6} e \frac{4}{24}$. Os outros itens foram respondidos por Dy e em seguida ele explicava para Lya. Cristiane não precisou intervir, pois as respostas desses itens estavam todas certas. O que observamos mais uma vez foi a ausência da relação de equivalência.

Essa dificuldade de estabelecer a compreensão de numerador e denominador é observada no diálogo de Dy e o professor referente ao item *b*:

Dy: Um por cinco professor!

Pesquisador: Dy, você tem uma pizza e divide em 24 pedaços. Tirando 4 pedaços como posso representar isso?
Dy: 4 por vinte.
Pesquisador: Não, Dy, o total é quanto?
Dy: 24, professor!
Pesquisador: Então! Se eu pego 4 de... 24 fica quanto Dy?
Dy: 4 por 24 professor!
Pesquisador: E se eu transformar essas partes em pudim?
Dy: Que beleza professor...
Pesquisador: E pegar uma parte , quanto isso representa?
Dy: Um por cinco professor!

Esse depoimento revela o quanto é difícil para Dy fazer uma interconexão entre o que ele sabe sobre numerador e denominador e o que o problema pede.

Um outro aspecto a ser analisado nesta situação é a dificuldade em estabelecer a razão. Observe o diálogo:

Pesquisador: divida 24 para 6 num grupo aqui
Dy: 24 em 6... dá ...(Dy atende o celular...) 24 de 6... chega, professor, aqui eu me enganchei.

O diálogo a seguir mostra que o material manipulativo quando usado no auxílio da divisão ou agrupamento contribui para o sucesso do aluno. Veja:

Pesquisador: Você num dividiu 24 em 6 grupos?
Dy: foi.
Pesquisador: 1,2,3,4 tirei de 6 (se referindo a quantos palitos ele tira de cada agrupamento).
Pesquisador: E um grupo tem quantos palitos?
Dy: Um grupo tem 4.
Pesquisador: então a resposta é 4.

Em decorrência da problemática em estabelecer o significado do que é numerador e denominador, a segunda aula (26/10/2005) foi suspensa assim como a resolução da situação três. Baseados nessa problemática, o pesquisador, a professora Cristiane e a Orientadora desta pesquisa elaboraram uma *atividade de fração* (Apêndice D) que visava transpor esse obstáculo. Nesse mesmo dia aplicamos a atividade.

A *atividade de fração* é composta de seis quesitos que tratam do conceito do numerador e denominador assim como a relação entre eles e as figuras contidas em algumas questões. Essa atividade foi auxiliada pelo pesquisador e pela professora Cristiane cujo objetivo era fazer com que os alunos apreendessem o conceito do numerador e denominador e a relação entre si. A seguir descreveremos o que ocorreu na aula:

Cristiane distribuiu a atividade e explicou que ao invés da atividade com palitos, eles iriam fazer outro tipo de atividade. Foi dividida a turma em duplas e logo após deu-se início aos trabalhos, o pesquisador ficou observando o grupo de Dy e Lya e no *quesito I* item *a* Dy e Lya ficaram com dúvida na representação do numerador e denominador, então o professor leu o conceito de numerador e denominador, que já estava na atividade, deu uma ligeira explicação e com uma certa dificuldade Dy e Lya entenderam que o número de cima é o numerador e o de baixo o denominador.

Na representação do numerador cada dupla interpretou de uma maneira diferente, uma disse: "quantas partes foram tomadas" outra disse "quantas partes foram tiradas" outra dupla "quantas partes foram pintadas" e outra "quantas partes foram usadas".

Voltando a dupla observada, Lya pediu ao pesquisador explicação sobre o item *3 do quesito I,* ele explicou e pediu para ela ler o conceito, ela leu com muita dificuldade, veja:

Lya: O... num...rador(o aluno não conseguiu pronunciar a palavra com exatidão) indica quantas parte estão pintadas.
(Dy leu da mesma forma que ela).

Neste caso vemos uma carência na leitura e na interpretação de dados matemáticos, o que nos reporta a primeira seção deste trabalho sobre alfabetismo matemático e sobre a UNESCO que define como alfabetizada uma pessoa capaz de ler e escrever um enunciado simples. É um caso preocupante para nós que analisamos estas falas de Dy e Lya, pois constatamos que essa carência na leitura dificulta mais ainda a compreensão dos racionais.

No *quesito II* Lya leu e não quis responder, quando o pesquisador perguntou quem é o denominador do *item a do quesito II* ela resolveu responder e disse: "é 4", Dy não soube responder, pensou um pouco e concordou com a resposta de Lya. Um detalhe importante que o pesquisador observou foi que todos eles tinham dificuldade de ler as questões. Lya chamou o pesquisador para auxiliá-la na leitura, pois ela não conseguia ler a palavra denominador, ela lia "deminador". No *quesito III* o pesquisador retomou o conceito de numerador e de denominador para que eles pudessem responder as questões, depois desse esclarecimento eles responderam certo.

No *quesito IV* foi retomada novamente a explicação do numerador e denominador, só assim eles responderam a questão. No *quesito V,* Dy se colocou: “eu resolvo!, deixa comigo”, e a sua resposta foi: $\frac{2}{3}$. Indagado se a sua resposta era aquela, ele disse que sim, foi retomado o conceito de numerador e denominador e só então ele conseguiu responder $\frac{2}{5}$.

No *quesito VI* eles começaram a dividir os doze palitos em 4 grupos de 3 só que não tinham atentado para o enunciado do problema, o qual foi preciso ser lido novamente e só então é que fizeram o devido agrupamento em 3 grupos. Nos *itens b* e *c* o pesquisador, através do conceito de numerador e denominador, fez alguns esclarecimentos que os ajudaram a chegar à resposta certa. Logo após essas questões foi explicado que existia outra resposta pela equivalência de fração, eles pensaram um pouco então o pesquisador perguntou: em uma parte quando eu considero do total? A resposta veio, porém, com certa dificuldade.

Depoimento
No final da aula o pesquisador perguntou a Lya o que ela achou da aula
Lya respondeu: “Deu para aprender alguma coisa com certeza”

<u>Na situação 3</u> Nesta aula foi retomada a atividade dos palitos. Cristiane iniciou a aula revisando o conceito de numerador e denominador e falou um pouco sobre a parte histórica. O pesquisador se dirigiu à dupla Lya e Dy e esclareceu suas dúvidas. Na *letra a da situação 3* Dy respondeu $\frac{6}{24}$ antes que o professor explicasse. Foi mostrado a Dy que era só dividir os palitos em 4 partes iguais e ele respondeu: “ seis, professor”.

Na letra *b da situação 3,* Dy ficou confuso para responder por não ter um domínio do conceito de numerador e denominador, por isso, novamente foi retomado o conceito. A seguir um diálogo revela a participação do grupo observado:

Pesquisador: quantos palitos têm no total?

Eles: vinte e quatro.

Pesquisador: quantos palitos foram considerados?

Ele: seis professor.

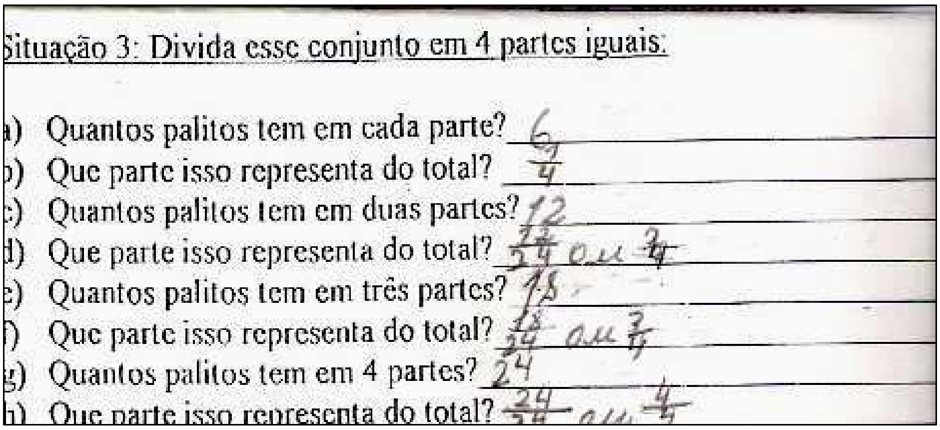
Para que eles entendessem a questão de equivalência eu explicava os itens em forma de grupos. Observe:

Pesquisador: eu tenho 4 grupos de 6 palitos qual o total de grupos formados?
Dy responde: vinte e quatro!
Pesquisador: não, você deve considerar os grupos, eu dividi em quatro grupos, o denominador indica o quanto o todo foi dividido em partes iguais?
Dy: É
Pesquisador: quantos grupos eu tenho
Dy: quatro.
Pesquisador: e quantos grupos estão sendo considerados?
Dy: um grupo.

E a resposta da equivalência que eles responderam foi: $\frac{1}{4}$. Tratei a questão da equivalência comparando grupos com palitos e disse que: $\frac{1}{4}$ é equivalente a $\frac{6}{24}$. No item *c* da mesma situação tive que explicar da mesma forma da situação anterior e dei subsídios para eles responderem. Lya estava mais atenta e respondendo as questões que eu perguntava, no entanto Dy em algumas questões permanecia calado. Até o item *f* eles responderam sem nenhum problema, já no item *g* eles tiveram certa dificuldade em responder em forma de fração, retomei o conceito de numerador e denominador e expliquei as respostas equivalentes para eles entenderem e representarem a resposta em forma de fração. No item *i* Dy dividiu os palitos em 8 grupos, cada qual com 3 palitos. No item *j* ele respondeu em forma de frações equivalentes: $\frac{3}{24} e \frac{1}{8}$. Foi explicado que se multiplicássemos 1 (numerador) vezes 3 e 8(denominador) vezes 3, teríamos a fração: $\frac{3}{24}$, no entanto não ficou claro essa questão para eles.

Nesta situação observamos a participação do grupo e em especial Dy que responde os questionamentos. Ponte e Brocardo e Oliveira (2005, p. 23) relatam que: “Na disciplina de Matemática, [...] o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo”.

Outra questão a ser observada é a dificuldade com a equivalência. O pesquisador conduziu as questões da equivalência e incentivava os alunos a utilizarem os palitos para que através do agrupamento chegar a uma resposta satisfatória. Neste caso sua intervenção foi importante no incentivo dos alunos, pois “Essas situações podem conduzir a um impasse quando os alunos persistem em continuar a exploração na mesma direção. A intervenção do professor pode ser muito útil nesses casos” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, p. 33). A seguir mostraremos nos exercícios resolvidos por Dy e Lya a presença da fração equivalente.

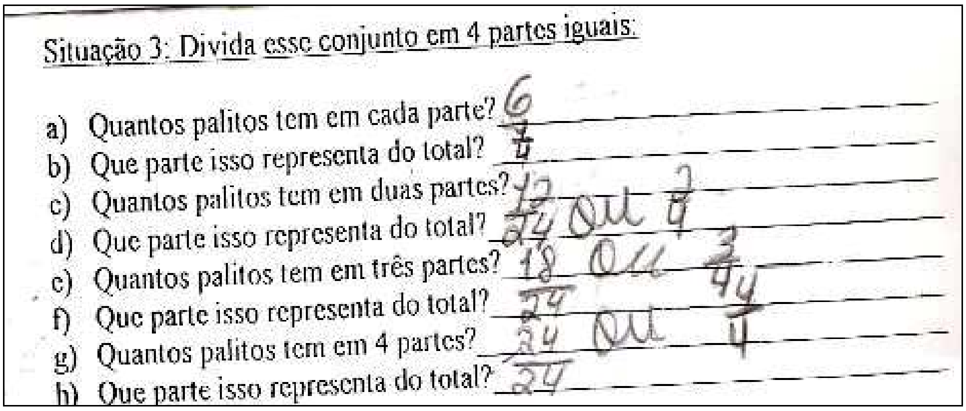

Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais:

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6
b) Que parte isso representa do total? 6/4
c) Quantos palitos tem em duas partes? 12
d) Que parte isso representa do total? 12/24 ou 2/4
e) Quantos palitos tem em três partes? 18
f) Que parte isso representa do total? 18/24 ou 3/4
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24
h) Que parte isso representa do total? 24/24 ou 4/4

Quadro 7 – Resposta de Dy na situação 3

Neste quadro observamos que não houve equivalência no item *b* Dy não associou a quantidade de cada grupo de palitos com o número de grupos.

A seguir mostraremos como Lya desenvolveu a equivalência nas suas respostas:


Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais:

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6
b) Que parte isso representa do total? 1/4
c) Quantos palitos tem em duas partes? 12
d) Que parte isso representa do total? 12/24 ou 2/4
e) Quantos palitos tem em três partes? 18 ou 3/4
f) Que parte isso representa do total? 24 ou 4/4
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24
h) Que parte isso representa do total? 24

Quadro 8 – Resposta de Lya na situação 3

<u>*Na situação 4*</u> a questão era a seguinte: pegue um conjunto de 8 palitos, o item *a* dizia assim: quantos conjuntos desses necessito para formar um todo?

Lya chegou a responder corretamente este item dizendo que a resposta era três. Já no item *b* a pergunta é: que parte isso é do todo? Lya escreveu a resposta 24 não associando a relação parte-todo e a razão.

Nessa mesma situação Dy respondeu tanto o item *a* como o *b* corretamente, fazendo a relação parte-todo e a razão.

<u>*Situação 5*</u> nessa ocasião a maioria do grupo estava fazendo a situação 5 e o grupo observado pediu explicações sobre o item *e* dessa situação que diz o seguinte: “vinte e seis palitos representariam que parte do todo?” eles perguntaram se era confirmada a seguinte resposta: 1 inteiro e $\frac{1}{6}$, o professor disse que não e explicou que era um inteiro que representava 24 palitos e como a questão girava em torno de 12 conjuntos de palitos então representava 2 palitos na forma fracionária como $\frac{1}{12}$, então a resposta é: 1inteiro e $\frac{1}{12}$. Lya e Rose perguntaram sobre o item *f* da *situação 5:* trinta e quatro palitos como representar? O pesquisador explicou que elas tinham que ver a questão do todo e das partes consideradas. Um todo representa a parte total dos palitos que seria 24 palitos, só que, sobrava 10 e aí representaríamos como $\frac{5}{12}$ e o total que é os 24 palitos tinha sua representação fracionária como 12/12.

Uma outra aluna de outro grupo faltou às duas primeiras aulas e iniciou a atividade dos palitos nessa aula. Cristiane perguntou o item *b* da *situação 1* da atividade dos palitos que diz assim: “que parte 8 palitos representa do total? Ela respondeu: ‘primeira parte’ enquanto que a resposta correta é $\frac{8}{24}$.

Nesta situação ocorreu um outro fenômeno onde ficou evidenciado a dificuldade em Dy de estabelecer a razão entre números. Observemos o diálogo:

Pesquisador: Já esse você vai pegar o que, vai dividir 24 pra 12, vai fazer 12 grupos com esses 24 palitos.
Dy: 4.. 4 de 12

No item *c* dessa situação Dy sentiu dificuldade em definir numerador como as partes que estão sendo consideradas e o denominador, como o número de partes em que o inteiro foi dividido. O professor teve que citar esse conceito para que ele entendesse a questão e respondesse certo. Já no item *e* ele sentiu dificuldade de leitura e o orientou para que lesse correto, no item *f* o professor encaminhou o conceito de numerador e denominador para que ele entendesse essa questão.

A empolgação e a participação de Dy é evidenciada a seguir pois, mesmo fora do horário de aula ele se interessou em resolver a questão. Vejamos:

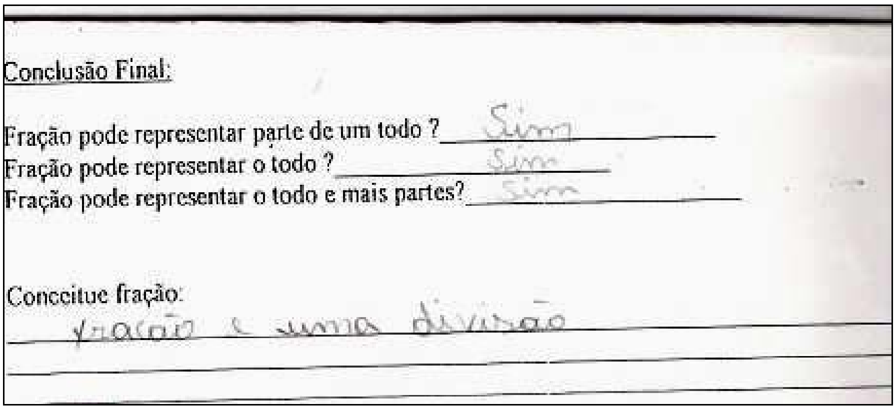
(Acontece o toque do fim do horário)
Dy: já! Já tocou?
Aluna: já é dez horas.
(Pesquisador continua com Dy)

Logo após o toque retomamos a dificuldade que Dy sentiu na razão, o que neste caso, proporcionou um amadurecimento cognitivo em Dy em relação ao conteúdo em questão. Observemos:

Pesquisador: Sim Dy, aí é 24, você divide em doze, aí tem que ser dois para cada um, tem que ficar doze de dois?
Dy: É.
Pesquisador: Concorda que é doze de dois?
Dy: É.
Pesquisador: Então doze de dois, eu pergunto a você, em quatros grupos tem quantos palitos?
Dy: São oito.

No encerramento da atividade I tanto Dy e Lya como Rose e Ana fizeram o item *conclusão final* corretamente. Ana não participou da resolução dos itens anteriores por motivo da sua freqüência instável. Já no relato do conceito de fração ocorreram algumas respostas idênticas. Podemos citar aqui que algumas aulas dessa atividade Ana não compareceu, porém respondeu de forma correta as questões.

Vejamos o resultado conforme o quadro:



Conclusão Final:

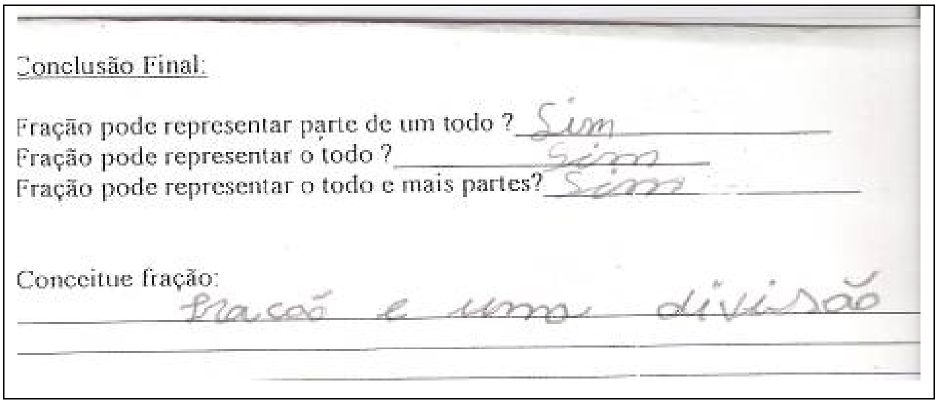
Fração pode representar parte de um todo ? Sim
Fração pode representar o todo ? Sim
Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:
fracão e uma divisão

Quadro 9 – Resposta do conceito de fração de Ana

Nesta questão de conceituar fração, Ana resolve de maneira espontânea conforme orientação do professor.

No quadro a seguir Lya expressa as suas respostas de maneira correta, fruto da freqüência da maioria das aulas. Veja:



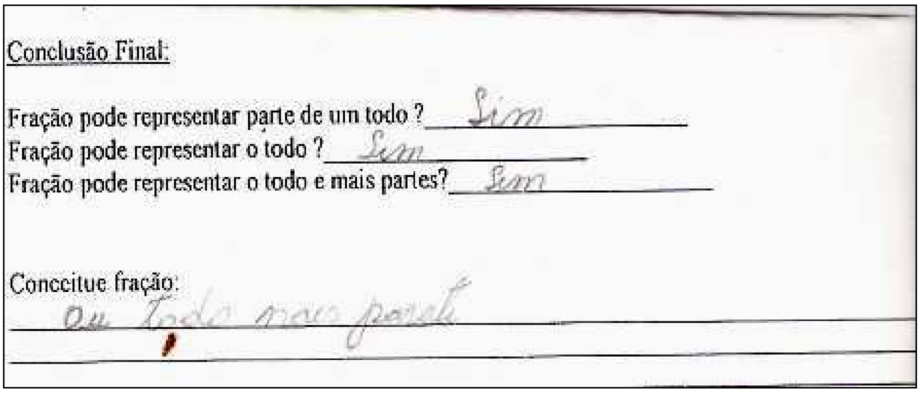
Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim
Fração pode representar o todo ? Sim
Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:
fracaõ e uma divisão

Quadro 10 – Resposta do conceito de fração de Lya

Dy respondeu corretamente as questões, sendo que na questão *conceitue fração* ele cometeu erro gramatical. Veja:



Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim

Fração pode representar o todo ? Sim

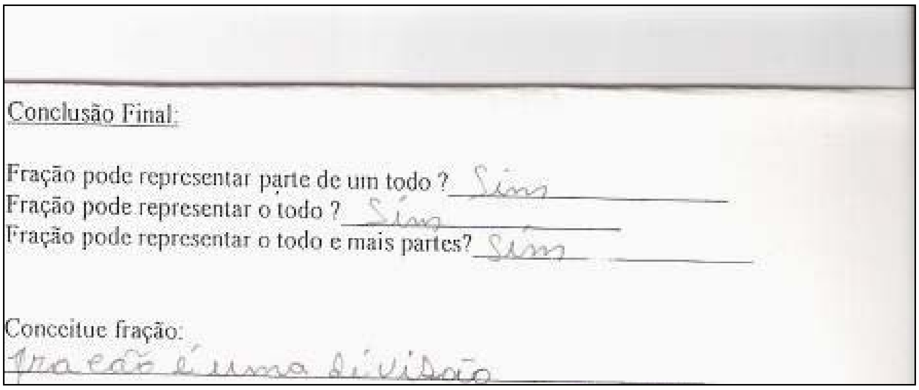
Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:

ou todo mais parte

Quadro 11 – Resposta do conceito de fração de Dy

Algumas aulas desta atividade Rose não compareceu, mas respondeu corretamente as questões. Veja:



Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim

Fração pode representar o todo ? Sim

Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:

fração é uma divisão

Quadro 12 – Resposta do conceito de fração de Rose

- Atividade II

Nesta atividade teremos a relação com a unidade, comparação dela com determinada superfície, operações com Números decimais e identificação de superfície de acordo com as medidas.

Questão 1 Lya e Rose estavam no item *b* da atividade dos quadriculados e sentiram um pouco de dificuldade nessa atividade. Já no *quesito 2* (soma e subtração de frações), O pesquisador explicou a elas e responderam com dificuldade a soma de fração baseada nos quadriculados. No item *c* elas responderam certo já no item *d* desenhei quadrinhos que representavam $\frac{1}{3} e \frac{2}{7}$ foi apagado os quadrinhos que representavam a fração $\frac{2}{7}$ e verifiquei que sobrou 1 quadradinho que representava a resposta $\frac{1}{21}$.

Dy iniciou a atividade do quadriculado e estava desenhando a representação dos quadrinhos do item *b*. Ele sentiu uma certa dificuldade nas últimas questões do item *b*, No item *e*, que é um quesito da soma de frações, eles perceberam que a resposta é $\frac{21}{21}$. Foi mais difícil eles perceberem que essa fração representa 1 inteiro e disseram que a resposta é 1 unidade. Quando perguntei a Dy qual atividade ele achou mais complicada, dos palitos ou dos quadriculados, ele respondeu que era uma coisa pela outra.

A seguir veremos alguns diálogos que demonstram os fenômenos ocorridos na atividade II.

Pesquisador: Então vamos lá, um inteiro quem é 1 inteiro? Num é essa plaquinha?
Dy: Sim.

No diálogo acima Dy demonstra familiarização com a unidade representada pelo quadriculado.

Pesquisador: Esse com esse vai dá o quê? Juntando os quadradinhos?
Pesquisador: Você vai juntar esse com esse, esse 1 com o 7 vai dá quanto?
Rose: Sete?
Pesquisador: Olhe direitinho.
Rose: Dez é.
Pesquisador: É.

Nesse outro diálogo observamos a compreensão do numerador e denominador. Observe:

Pesquisador: Vinte né. Vinte é a quantidade que eu estou considerando, mas o total da unidade é quanto?
Dy, Ana, Lya e um aluno de outro grupo (juntos): vinte e um!
Pesquisador: Então o vinte e um vai ser em cima ou em baixo?
Dy, Ana, Lya e um aluno de outro grupo (juntos): Em baixo.
Pesquisador: Em baixo?
Todos: É.
Pesquisador: E o vinte vai ser aonde?
Todos: Em cima.
Pesquisador: Pronto.

Em relação às operações, observamos três alunos do grupo fazendo a interpretação da relação parte-todo e somando frações a partir do quadriculado. É interessante observar que nesta soma eles não utilizam o máximo divisor comum para reduzir a um mesmo denominador. Veja o depoimento:

Pesquisador: Então 2/3 vai ser isso, essas duas placas (14 quadriculados), ai você vai somar com quem? Com 2/7 dois sétimos já tem ai que é a figura 2 (6 quadriculados).
Pesquisador: Aí somar é o quê? É juntar, então eu vou juntar isso com isso vai dar quantos quadriculados? Contando tudo? Dá quantos quadriculados?
Ana: 20 é professor?
Pesquisador: Oi?
Ana: 20?
Pesquisador: É 20 né?
Ana: Vinte!
Pesquisador: Vinte é a quantidade que eu estou considerando, mas o total da unidade é quanto?
Dy, Ana, Lya e um aluno de outro grupo (juntos): Vinte e um!
Pesquisador: Então o vinte e um vai ser em cima ou em baixo?
Dy, Ana, Lya e um aluno de outro grupo (juntos): Em baixo.
Pesquisador: Em baixo?
Todos: É.
Pesquisador: E o vinte vai ser aonde?
Todos: Em cima.
Pesquisador: Pronto.

Rose, uma das integrantes do grupo observado, não participou desta atividade, portanto ela não pontua na categoria de participação em sala.

Neste outro diálogo Dy reconheceu a figura que representava a quantidade de quadradinhos em relação à unidade. Observe:

Dy: 2/7 de 1(referente a unidade)...é...
Pesquisador: Oh, 2/7 de 1 quem é 2/7 de 1 né esse aqui? Aí você vai dizer o quê que é a figura...
Dy: Figura nº 2.

Dy soma os quadradinhos e representa o resultado em termos de fração na relação parte-todo sem utilizar o mínimo múltiplo comum. Veja:

Pesquisador: 1/3+1/7 quem é 1/3 aqui? 1/3 vai ser uma plaquinha dessa, certo?
Dy: Certo.
Pesquisador: 1/3+1/7 um sétimo quem é?
Dy: É isso aqui (apontando para a figura)
Pesquisador: Então você vai juntar isso com isso, somando os dois dá quanto?
Dy: Dá dez.
Pesquisador: Não Dy, pense um pouquinho.
Dy: 10 de 21.
Pesquisador: Certo.

No dia 24/11/2005 a aula foi iniciada pela professora Cristiane e foram distribuídas as atividades para todos os grupos. Nessa aula só estava presente no grupo que o Pesquisador observa Lya e Rose. De início elas tiveram dúvidas no *quesito 4* da atividade dos quadriculados. O pesquisador explicou à Lya a respeito de 2 unidades existente no desenho do item *a* então ela entendeu. Foi perguntado sobre o item *b* do mesmo quesito e ela respondeu corretamente. Foi explicado pelo pesquisador o *quesito 4* item *a* do exercício dos quadriculados a Rose e depois Lya tentou explicar a Rose. Lya falou que as contas a estavam deixando com dor de cabeça. O pesquisador explicou o *quesito 7*, e a partir desta explicação eles resolveram o *quesito 8.*

Um outro grupo lançou uma opinião: *"o exercício 3 dos quadriculados é muito complicado".*

Já no grupo observado, Lya perguntou ao pesquisador sobre o *quesito 10* item *(a.1)*: *o número 100 se escreve com 2 ou 3 zeros?* Foi explicado para ela algo sobre o Sistema de Numeração enfocando unidades, dezenas, centenas, entre outros e ela conseguiu entender como se escreve as potências de dez. Rose não estava conseguindo dar seqüência na sua resposta e Lya, de vez em quando, dava explicação a Rose. Lya teve dificuldade de somar 20+20+20... Foi explicado o processo aditivo para ela que conseguiu responder. Rose não sabia escrever o número 109, tive que explicar o que é unidade, dezena, centena, entre outros e ela conseguiu entender como se escreve. Lya, no *quesito 10* item *(a.10)*, escreveu o número $\frac{127}{100}$ como $\frac{1027}{100}$ pensando que essa resposta representava cento e vinte sete sobre cem. O pesquisador explicou, tanto para Lya como para Rose, como se escreve 127 partindo da soma da dezena 27 com o 100, desta forma elas conseguiram entender e responderam a pergunta do *quesito 10* item *(a.10).*

Em relação ao *quesito 4* desta atividade, Lya e Rose responderam corretamente o item *b*. Veja:

Cristiane: Duas unidades. Coloque o nome unidade porque aqui num é unidade? Duas unidades de triângulo, gente. Na letra b, quantos triângulos podemos colocar nessa figura?
Lya e Rose: três!

Já no item *a* do *quesito 4,* Lya entende a questão da unidade:

Pesquisador: Oh isso aqui num é a unidade?
Lya: É.
Pesquisador: Quantas vezes têm nesse desenho aqui?

Lya: Duas.

No *quesito 6,* item *a,* vemos Rose entendendo o conceito de unidade:

Pesquisador: Olhe, aqui num é uma?
Rose: É.
Pesquisador: Faltam quantas?
Rose: Duas.
Pesquisador: E o total?
Rose: Três.
Pesquisador: Três né? Certo. Mas eu quero que você me dê a medida dessa, certo? E a medida é uma?
Rose: É.
Pesquisador: Uma de quantas, o total? (breve silêncio) uma do total de...
Rose: Três.
Pesquisador: Certo, uma de três. Sempre o de baixo, no caso o denominador, é o total das figuras que é dividida a unidade, quantas figuras têm no total aqui?

Nesta aula o pesquisador aproveita para responder a dúvida de Rose em relação à compreensão do numerador e denominador. Veja:

Pesquisador: Então você bota em baixo né?
Rose: Em baixo?
Pesquisador: Sim, num é fração?
Rose: Em baixo de onde? Aqui?
Pesquisador: (se dirige ao quadro e explica da seguinte forma): Oh, a fração num é assim oh?(escrevendo no quadro e explicando) sempre o de baixo...
Rose: (interrompe a explicação) Sim! Ah, entendi....

Nesta mesma aula Lya entende a relação parte-todo:

Pesquisador: Agora vamos essa outra questão, a unidade é essa têm quantas barrinhas de chocolate? Uma, duas, três, quatro.
Lya: Quatro.
Pesquisador: Aí como é que eu represento isso aqui?
Lya: Duas de...
Pesquisador: Duas de quanto?
Lya: Duas de quatro.
Pesquisador: É.

No *quesito 10* itens *(a.2) e (a.3)* desta atividade tanto Lya com Rose, entendem a relação parte-todo. Veja:

Lya: É dois de cem não, é um de cem porque eu num vi....
Pesquisador: Entendeu Lya porque aqui é um sobre cem?
Lya: Entendi.
Pesquisador: É esse aqui, o 3.

Lya: É três de cem.
Pesquisador: Quanto?
Rose: Treze.
Pesquisador: Treze de quanto?
Lya: Treze de cem?
Rose: Treze de cem.

Dy não participou desta aula.

Nesta aula observamos uma situação em que o aluno Clóvis, que não faz parte do grupo observado, intermedia o processo de aprendizagem sem a interferência do pesquisador, veja o diálogo a seguir:

Rose: 127 em cima...
Clóvis: Sobre 100. Veja aqui...
Lya: Olhe, você está louco.
Rose: Ri.
Clóvis: 20 sobre 100
Lya: Ninguém merece, eu num sei mais não, me esqueci.
Clóvis: Vinte... sobre... cem...assim você tá botando mais um aqui oh 201 mais 100...(se referindo a resposta de Rose)
Rose: Aonde Clóvis?
Clóvis: Aqui, oh! Tem que ser ao contrário...
Rose: Ai meu Deus!
Clóvis: Tem que ser deitado (se referindo a linha que divide o numerador do denominador quando escrita só numa linha. Ex: ½).
Rose: Tem que deitar é?
Clóvis: Assim oh, é uma barra...ai...(olhando ela fazer)
Lya: Isso daí é o quê? Um dois é?
Clóvis: É o onze... aqui oh...
Lya: É vai sair...
Rose: Ave maria! (reprovando a interrupção de Lya)
Clóvis: É 20 sobre 100.

Na aula do dia 29/11/2005 os alunos estavam encerrando a atividade dos quadriculados e entraram no (Apêndice C atividade III) do material dourado. Cristiane distribuiu o material (material dourado e os exercícios) e explicou como se fazia o *quesito 1*. A sala inicialmente interagiu bem ao exercício e Dy não encontrou dificuldade em raciocinar nessas questões, mas disse que se “enrolava” quando ia escrever a representação da resposta. Lya teve dificuldade em raciocinar o processo e representar, foi preciso Dy ficar com ela e explicar o que ele sabia. Por algum instante ele pediu explicação a um outro grupo quanto ao *quesito 4*, —o grupo explicou ligeiramente. Lya continuava a não entender o processo, pois tinha chegado atrasada, ela não conseguia entender o *quesito 1* item *e,* ao pedir explicação notamos que ela se atrapalhava na soma das barrinhas: dez barrinhas mais dez barrinhas quantos cubinhos? *"Vinte professor!"* E trinta barrinhas mais quarenta barrinhas, quantos cubinhos? Ela respondeu *"não sei!"* Rose teve as dúvidas quase que idênticas à Lya e conseguiu entender alguns conteúdos dentro dessa atividade.

Já na aula do dia 05/12/2005, antes de iniciar a aula, Cristiane distribuiu 3 placas, 10 barras e 33 cubinhos para cada grupo.

Cristiane iniciou a aula pedindo para que todos lessem o *quesito 6* e todos leram. Houve uma breve discussão e Dy estava com dificuldade em ler a mesma. Em se tratando dos itens *a e b* deste quesito, o pesquisador explicou e pediu para que ele lesse, e assim ele o fez. Cristiane perguntou para todos *"quantos cubinhos têm em cada barra?"*, Dy disse *"10 professora!"*.

Enquanto Lya estava no item *d*, Dy estava no item *e*. Rose estava respondendo as questões com uma certa dificuldade e pedindo ajuda ao vizinho que não fazia parte do grupo.

Lya estava atrasada nos exercícios em relação ao grupo e a turma, enquanto todos estavam no *quesito 7* ela estava no item *h* do *quesito 6*. O pesquisador perguntou a ela "se eu pegar 20 cubinhos da placa como eu posso representar na forma de fração? Lya respondeu: *"20 de 100, o 20 sobe e o 100 desce"*. No item *i* do *quesito 7*, Lya sentiu dificuldade em fazer a grafia do sinal (+) ela trocava o (+) pelo (x), tivemos que desenhar o sinal da soma para que ela conseguisse entender. Só que, o 1 inteiro mais 23 cubinhos de 100 ela não soube representar.

No item *d* do *quesito 8*, Lya não entendeu a representação do número 0,567 e o pesquisador esclareceu para ela que três casas após a vírgula representavam 3 zeros do nº 1000, ao que ela disse que entendeu.

Um aluno de outro grupo desabafou dizendo: *"é professora, gostei dessa aula de hoje! Se todas fossem assim, tudo na prática..."*

Dy estava respondendo de acordo com o que a professora estava explicando e pouco nos perguntou. Já Rose respondia o que sabia, e o que não sabia pedia explicação ao aluno ao lado, de outro grupo. Dy disse que: *"essa atividade é beleza, mas às vezes agente fica perdido!"*.

Já na aula do dia 06/12/2006 O grupo que o pesquisador estava observando não tinha concluído, Dy faltou nesse dia, Lya solicitou a ajuda do pesquisador para resolver o *quesito 8*, e ela conseguiu resolver tanto esse quesito como o 9, mas no item *c* desse mesmo quesito Lya não soube representar em forma de fração o seguinte número: 0,1. Foi explicado pelo pesquisador a questão do zero, que têm valor mesmo estando a esquerda e ele disse que ali tinha uma casa após a vírgula e que representava a razão de um sobre dez. Ainda no *quesito 9* letra *b* o pesquisador perguntou quem era maior: 0,06 ou 0,053. Rose e Lya responderam que era 0,053, isso tendo como base o material dourado, o professor explicou para elas, considerando cubinhos, barrinhas e placas e elas chegaram a conclusão que a resposta é 0,06. Nesta mesma aula Lya se queixou das questões, que estavam difíceis.

Há alguns aspectos que destacamos aqui a partir da fala do grupo.

Na compreensão do conceito da relação parte-todo:

Pesquisador: Eu lhe pergunto, fração pode representar partes de um todo?
Dy: Sim.
Pesquisador: Porque o todo eu represento assim oh, quando eu digo assim... quando eu digo 1/3 o três é o todo né?
Dy: É.
Pesquisador: Eu estou representando uma parte de três, certo?
Dy: Certo.
Pesquisador: Ah, eu acho que é o todo mais as partes, eu acho que é...
Dy: O todo mais as partes!
Pesquisador: Certo, pronto.

Em relação ao material concreto vemos que:

Pesquisador: Mudou né? Ao invés de palitos mudamos o material de se trabalhar. Estão achando melhor ou pior?
Dy: E*stá uma coisa pela outra, tanto palitos como isso aqui tá um coisa, só a contagem é a mesma.*

Em relação a mudança psicossocial temos um depoimento:

Dy: Ela está gostando. (se referindo a Lya)
Lya: Claro, eu estou gostando porque eu estou aprendendo.
Cristiane: Lya deixa eu ver suas mãos, ...nunca mais suou, mas tem muito a ver com a pessoa, às vezes Lya tinha deixado de estudar ainda cedo por conta da mãe, com medo que o assunto não rendia num é?

Em relação ao gostar de matemática:

Em 24/11/2005 Lya dá um depoimento na seguinte frase: “Eu não gostava de matemática, mas a partir dessas atividades eu estou passando a gostar”.

Entendemos que as atividades atingiram parcialmente os objetivos propostos — tanto o geral, como os específicos — conforme sintetizamos nas considerações finais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa teve como tema o processo de ensino-aprendizagem dos números racionais e suas operações, bem como sua importância para o ensino inclusivo na Educação de Jovens e Adultos.

Alguns resultados positivos foram evidenciados na aplicação da seqüência didática elaborada por nós:

- Os alunos do grupo observado, que faltaram menos às aulas, ou seja, Dy, Lya e Rose, participaram ativamente da formação do conceito do número racional, incluindo-se nas discussões em sala de aula, ou seja, nosso objetivo de inclusão dos alunos no processo de ensino-aprendizagem foi alcançado, ao menos no que se refere ao estudo dos racionais positivos.
- Os alunos tiveram a oportunidade de compreender, a partir de situações problematizadoras, a fração, tanto como relação parte-todo, quanto como razão.
- Os alunos superaram algumas hipóteses que os levaram a identificar os racionais e os naturais. Podemos constatar no diálogo do grupo na p. 65: *Pesquisador pergunta: quantos palitos têm no total? Eles responderam: vinte e quatro. Pesquisador: quantos palitos foram considerados? Eles responderam: seis, professor.*
- A relação entre números positivos e medida também foi compreendida pelos alunos que, a partir de figuras que representavam medidas, conseguiram expressar a medida de outras figuras representadas.
- Os alunos conseguiram relacionar números racionais na representação fracionária e na decimal, superando, ao menos neste caso, a fragmentação excessiva do conhecimento matemático.
- O grupo chegou à solução de algumas questões relacionadas à operações de adição e subtração, sem a utilização da técnica que utiliza o mínimo múltiplo comum.

A seqüência didática atingiu o objetivo permitindo que os alunos percebessem que os números racionais são importantes como suporte na compreensão de algumas situações.

Ao analisarmos dados da entrevista feita com alguns alunos e encaminhada na seção 4, p. 54 constatamos que, apesar de utilizarem a matemática em suas profissões eles não conseguiram relacionar os seus conhecimentos prévios com os conceitos matemáticos dos números racionais. A limitação destes conhecimentos ficou explicitada na resolução das atividades aqui propostas.

Na introdução deste trabalho, explicitamos que a nossa meta é contribuir com a melhoria da qualidade da aprendizagem dos alunos, não só considerando os seus conhecimentos prévios, mas dando-lhes condições de compreender o conhecimento matemático a partir da ampliação destes saberes que os alunos adultos possuem ao chegar na escola. Como havíamos previsto, este conhecimento informal sobre os racionais não é o suficiente para que entendam todos os conceitos envolvidos na construção da idéia de número racional, como por exemplo, equivalência de frações e a relação entre as diferentes formas de representação de tais números. Esta limitação ficou evidente em alguns momentos de nossa pesquisa, como podemos constatar com Dy e Lya.

Na seção 4, p.54 Lya falou que utilizava a fração na sua profissão, de doméstica, quando cozinhava a metade (1/2) do pacote de macarrão. Porém, o que ela sabia sobre fração não lhe garantiu grande sucesso na resolução das atividades na p.67. No quadro de respostas de Lya podemos ver que na situação 3 item *d* Lya faz a equivalência entre 12/24 e 2/4 mas não associa ½ como equivalente a estas frações. Dessa forma fica explicitado que ela não conseguiu relacionar o que disse que sabia sobre a fração ½ em outra situação diferente da cozinha...

Na entrevista que fizemos com Dy ouvimos dele que, na sua profissão de mecânico, utilizava o paquímetro para medir as peças. Como o paquímetro é um instrumento de medida de precisão, podemos relacioná-lo à proposta de ensino dos racionais usando medidas. Mas para se ter conhecimento dos racionais é necessário ir além do que Dy conhece. Percebemos que Dy mostrou bastante desenvoltura na solução das atividades com medidas, como já relatamos anteriormente, porém seus conhecimentos sobre os racionais não lhe proporcionaram grandes avanços nas atividades propostas com os palitos, que exigiam um conhecimento da fração em conjunto discreto. Além disto, na seção 4, p. 63, Dy revelou num diálogo com o pesquisador, que não compreendia a relação entre numerador e denominador, ou seja, sua dificuldade em utilizar a representação fracionária dos racionais, apesar de utilizar a representação decimal em seu trabalho, era por não conhecer a relação entre ambas. Isto ocorreu na resolução da Atividade I (ver apêndice c) *situação 2 item (b).*

Entretanto, temos consciência de que a utilização de situações extra-escolares dos racionais — como, por exemplo, análise de contas de água, luz, discussão sobre juros em compras — não foi realizada por nós nessa seqüência didática, o que, acreditamos, limita a possibilidade de transferência dos conhecimentos adquiridos em sala de aula para aquele tipo de situação. A não-utilização dessa relação ocorreu devido ao fato do grupo de alunos possuírem muito mais dificuldades do que imaginávamos. Por exemplo, não tínhamos consciência de que os alunos teriam dificuldade em entender o que representam o numerador e o denominador de uma fração. Dessa forma nos detivemos mais em atividades que visassem muito mais a construção conceitual do que a aplicação delas.

Apesar de termos pensado que os alunos adultos teriam resistência em trabalhar com material manipulativo durante as aulas, isto não ocorreu, ou seja, não houve objeções por parte dos alunos quanto ao uso de materiais tais como palitos e material dourado. Observamos que tais materiais foram de grande ajuda na compreensão das noções envolvidas nas atividades.

A pesquisa realizada foi o início de uma discussão dentro de um conteúdo específico e que precisa ser expandida para outros conceitos em diferentes campos matemáticos correlacionados a esse objeto de estudo.

Esperamos que as conclusões deste trabalho possam contribuir para o desenvolvimento do ensino dos números racionais em sala de aula, um ensino que busque a aprendizagem significativa de tal conjunto numérico.

REFERÊNCIAS

ACIOLY-RÉGNIER, N. M. **Competências “matemáticas” Análise de aspectos conceituais e da dimensão sociocultural dos conceitos.** Campinas, SP: Alínea, 2006.

ALVES, F. T. O. **O dito, o escrito e o refletido:** a reelaboração dos saberes docentes em matemática. 2004. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2004.

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar.** 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 2005.

ASGER, A. **Episódios da História Antiga da matemática.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

Babylonian Mathematics History Topics Index. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Babylonian_numerals.
html>. Acesso em: 28 maio. 2006. 16:07

BATISTA, C. G. Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas. **Zetetiké,** Campinas, v. 3, n.4, p. 61-72, 1995.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BOYER,C.B. *História da Matemática.* ***Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: EDUSP, 1974. Tradução de: A history of mathematics.***

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Proposta Curricular para educação de jovens e adultos: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 2002, vol. 3.

BROUSSEAU,G. **Problemes de Didatique des Decimaux.** Recherches em Didactique dês Mathematiques. N.3, v.2, ,France texto p. 38-128, 1981.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática.** 9.ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetiké** Campinas, v.13, n. 23, p.87-119, jan./jun. 2005.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. **Na vida dez, na escola zero.** 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CHASSOT, A . **A ciência através dos tempos.** São Paulo: Moderna, 2002.

Cuneiform numbers. Disponível em: <http//it.stlawu.edu/~dmelvill>. Acesso em: 28 jun. 2006. 21:56

Chinese Mathematics History Topics Index. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Chinese_numerals.html>. Acesso em: 28 maio. 2006. 16:07

DOMINGUES, R. C. G. (Coord.) SESC EDUCAÇÃO. Módulo de Educação de Jovens e Adultos: uma proposta pedagógica. Rio de Janeiro, 1999.

DUARTE, N. **O ensino da Matemática na educação de adultos**. São Paulo: Cortez, 1989.

FOSSA, J. A. (Org). **Presenças matemáticas.** Natal: EDUFRN, 2004

.

FREIRE, P**. Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P**. Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

Greek Numbers and arithmetic. Department of Mathematics Texas. Disponível em: <http://www.math.tamu.edu/>

GRESSLER, L. A. **Pesquisa educacional:** importância, modelos, validade, variáveis, hipóteses, amostragem, instrumentos. São Paulo: Loyola, 1989.

GUIMARÃES, A. P. S. **Aprendendo e ensinando o sistema de numeração decimal:**uma contribuição a prática pedagógica do professor. 2005. 106f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2005.

HADDAH, S.; DI PIERRO M. C. Escolarização de jovens e adultos. **Revista brasileira de educação.** São Paulo, n, 14, p. 108-130, Mai/Jun/Ago, 2000.

IFRAH, G. **Os Números:** História de uma invenção. São Paulo: Editora Globo, 1989.

INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, AÇÃO EDUCATIVA, IBOPE. Indicador nacional de alfabetismo funcional: um diagnóstico para a inclusão social pela educação. São Paulo, 2002.

LIMA, J. M. F. Introdução ao conceito de fração: uma experiência de ensino. **Alfabetização e Cidadania, educação matemática.** RAAAB. São Paulo, n. 6, p. 53-58 dez.1997.

LUDKE, M. e ANDRÉ M. E.D.A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

MACHADO, S. D.A. **Educação Matemática**: uma introdução. 2.ed. São Paulo:EDUC, 2002.

MENEZES, M. R. L.; C. E. G. **Referências bibliográficas.** 3. ed. Natal: EDUFRN, 2003.

MIORIN, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, D. A. **Analfabetismo funcional**: o mal nosso de cada dia. São Paulo: Thompson, 2003.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação matemática.** 6. ed. Campinas, SP: Papirus, 2004.

MOURA, T. M. **A prática pedagógica dos alfabetizadores de jovens e adultos:** contribuições de Freire, Ferreiro e Vygotsky. Maceió: EDUFAL, 1999.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PARO, V. H. **A escola:** educação, cultura e desporto para a inclusão social. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO, CULTURA E DESPORTO, 2, 2003, Brasília, DF. Anais: uma escola para a inclusão social. Brasília: Câmara dos deputados, 2003. p. 29-31.

PARRA, C. ; SAIZ (org). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes médicas, 1996.

PAULOS, J. A. **Analfabetismo em Matemática e suas conseqüências**. Tradução Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Nova fronteira, 1988

.
PEREZ,J.C. **Números Decimales, porquê? Para quê?** Madrid: Sintesis,1988.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

QUEIROZ, C.; COUTINHO, S. **Introdução ao conceito de probabilidade**
Uma visão frequentista. São Paulo: Ceduc, 1996.

RIBEIRO, V. M. M. **Educação para jovens e adultos**: Proposta curricular para o primeiro segmento do ensino fundamental. São Paulo: Ação Educativa. Brasília: MEC,1997.

ROMANATO, M. C. Número racional: uma teia de relações. **Zetetiké,** Campinas, v. 7, n. 12, p. 37-49, jul./dez. 1999.

ROMANELLI, O**. História da Educação no Brasil.** 8. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 1986.
ROSA, M. S. **Números complexos:** uma abordagem histórica para aquisição do conceito. 1998. 172f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1998.

SANGIORGI, O**. Matemática.** São Paulo: Nacional, 1986.

SAVIANI, D. **A nova lei da educação**: LDB trajetória, limites e perspectivas. 7. ed. São Paulo: Autores associados, 1997.

SAVIANI, D. **Escola e democracia.** 37. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2005.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). **Zetetiké,** Campinas, v.6, n.10, p. 9-31, jul./dez. 1998.

SILVA,M.J.F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** 1997. 245f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática)-Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997a.

SILVA, M. C. L. **Teorema de tales:** uma engenharia didática utilizando o Cabri-Geometre. 1997. 134f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997b.

STAINBACK, S. **Inclusão:** um guia para educadores. Porto Alegre: Artmed, 1999.

STRUIK, D. J. **A concise history of mathematics.** 3.ed. New York: Dover Publications, 1967.

The Moscow Papirus. Disponível em: <http://www.math.tamu.edu/~dallen/history/egypt.html>

The Rhind Papirus. Disponível em: <http://www.math.tamu.edu/~dallen/history/egypt.html>

VERGNAUD, G. "**Epistemology and psychology of mathematics education**". In: *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of Mathematics Education.* ICMI Study Series, Cambridge, Cambridge University Press, 1990, pp. 14-30.

VIEIRA, E. A. As Políticas educacionais para alfabetização no contexto social. In.: FRANÇA, G. W. (Org.). **A educação básica no Brasil e na América latina**: repensando sua história a partir de 1930. São Paulo: Série idéias, 1992.

VIEIRA, J. F. **O ensino de frações:** Uma prática problematizadora. 2004. Monografia (Especialização em Ensino da Matemática)- Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2004.

WOERLE, N. H. **Números racionais no ensino fundamental**: múltiplas representações. 1999. 130f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1999.

WUSSING, H. **Lecciones de História de las Matemáticas.** México: Siglo Veintiuno, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A

APÊNDICE A
ESCOLA MUNICIPAL FERREIRA ITAJUBÁ
DISCIPLINA: MATEMÁTICA
ENTREVISTA

1) Nome:

2) Idade:

3) Profissão:

4) Há quanto tempo exerce profissão?

5) Como foi a escolarização?

6) Por que parou de estudar?

7) Por que voltou a estudar?

8) O quê você acha de matemática?

9) Você utiliza matemática na sua profissão?

APÊNDICE A
ENTREVISTA DE LYA

ESCOLA MUNICIPAL FERREIRA ITAJUBÁ
DISCIPLINA: MATEMÁTICA
ENTREVISTA

1) Nome:

2) Idade: 29 anos

3) Profissão: Doméstica

4) Há quanto tempo exerce profissão? Há 13 anos

5) Como foi a escolarização? mudava muito de escola porque os meus pais mudavam, fiquei muito tempo sem estudar porque meus pais se separaram e tive que cuidar dos meus irmãos

6) Por que parou de estudar?
Porque tive que trabalhar e nas casas que eu trabalhava não deixavam eu trabalhar.

7) Por que voltou a estudar?
Porque não quero ficar toda a vida na profissão de doméstica.

8) O quê você acha de matemática?
Para mim antigamente era uma dificuldade, mais agora estou aprendendo e aí estou gostando.

9) Você utiliza matemática na sua profissão?
Sim. Todos os dias vou no mercado fazer compras, quando vou fazer macarrão faço sempre a metade do pacote, o feijão é um kg. (nos cálculos mo).

APÊNDICE A
ENTREVISTA DE ANA

ESCOLA MUNICIPAL FERREIRA ITAJUBÁ
DISCIPLINA: MATEMÁTICA
ENTREVISTA

1) Nome: ANA

2) Idade: 26 ANOS

3) Profissão: ESTUDANTE

4) Há quanto tempo exerce profissão?

5) Como foi a escolarização? Alfabetizei cedo, mais tinha dificuldade para escrever certo.

6) Por que parou de estudar? Porque queria ir passear com os amigos.

7) Por que voltou a estudar? Porque percebi que sem estudo não sou nada e não vou arranjar um emprego.

8) O quê você acha de matemática?
Gosto e acho legal.

9) Você utiliza matemática na sua profissão? Sim.

APÊNDICE A
ENTREVISTA DE ROSE

ESCOLA MUNICIPAL FERREIRA ITAJUBÁ
DISCIPLINA: MATEMÁTICA
ENTREVISTA

1) Nome: Rose

2) Idade: 24 ANOS

3) Profissão: DOMÉSTICA

4) Há quanto tempo exerce profissão? Há 5 ANOS

5) Como foi a escolarização? ESTUDAVA E PARAVA, EM NATAL, ESCOLA PÚBLICA

6) Por que parou de estudar? FALTA DE TEMPO

7) Por que voltou a estudar? PORQUE QUERIA MELHORAR DE VIDA

8) O quê você acha de matemática? RUIM, PORQUE É DIFÍCIL

9) Você utiliza matemática na sua profissão? SIM

APÊNDICE A
ENTREVISTA DE DY

ESCOLA MUNICIPAL FERREIRA ITAJURÁ
DISCIPLINA: MATEMÁTICA
ENTREVISTA

1) Nome: DY

2) Idade: 46

3) Profissão: MECÂNICO

4) Há quanto tempo exerce profissão?
20 ANOS

5) Como foi a escolarização?
FOI BOM, ESTUDEI EM VÁRIOS CANTOS, NÃO TEVE PROBLEMA COM MATEMÁTICA, É A MATÉRIA QUE GOSTO MAIS.

6) Por que parou de estudar?
PORQUE FALTAVA PROFESSOR NO COLÉGIO, ESTUDAVA NUMA ESCOLA DISTANTE, PRECISAVA TRABALHAR.

7) Por que voltou a estudar?
PRA VER SE EVOLUI NA LEITURA E NA ESCRITA.

8) O quê você acha de matemática?
É BOM, É IMPORTANTE, TENHO DIFICULDADE COM MATÉRIA NOVA, DEPOIS EU ~~[illegible]~~ CONSIGO EVOLUIR

9) Você utiliza matemática na sua profissão?
ÀS VEZES UTILIZA O PAQUÍMETRO P/ MEDIR AS PEÇAS.

APÊNDICE B

APÊNDICE B

Escola Municipal Ferreira Itajubá
Disciplina: Matemática
EJA III Turma D
Profª: Cristiane

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA
Números Decimais

5) QUESTÃO:
Seis décimos se escreve assim 0,6. Como se escreve três centésimos?
( ) 0,300 ( ) 3,00 ( ) 3,0 ( ) 3,100 ( ) 00,3 ( )0,03

6) QUESTÃO:
Compare os decimais 4,5; 4,15; 4,05 e diga quem é o maior entre eles.

7) QUESTÃO:
Faça o número 437,56 dez vezes maior.
( ) 437,560 ( ) 4375,6 ( ) 4,3756 ( ) 43756

8) QUESTÃO:
Considere a seguinte soma de decimais 0,70+0,40+0,20. Qual o resultado?
( ) 0,130 ( ) 01,30 ( )1,30

APÊNDICE C

Atividade I

APÊNDICE C
ATIVIDADE I DE LYA

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Formação Continuada de Professores - Pesquisadores em Ensino de Matemática
Oficina:Frações

Conceito de Fração

Objetivo da aula: Conceituar fração a partir da análise das situações propostas.

1. Consideremos um conjunto de 24 palitos.

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais:

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 Palitos
b) Que parte isso representa do total? $\frac{1}{3}$ ou [illegible]
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 palitos
d) Que parte isso representa do total? $\frac{2}{3}$
e) Quantos palitos tem em três partes? 24. palitos
f) Que parte isso representa do total? $\frac{3}{3}$

Situação 2: Divida esse conjunto em 6 partes iguais:

a) Quantos palitos tem em cada parte? 4.
b)· Que parte isso representa do total? 1/6
c) Quantos palitos tem em duas partes? 8
d) Que parte isso representa do total? 2/6
e) Quantos palitos tem em três partes? 12
f) Que parte isso representa do total? 3/6
g) Quantos palitos tem em quatro partes? 16
h) Que parte isso representa do total? 4/6
i) Quantos palitos tem em cinco partes? 20
j) Que parte isso representa do total? 5/6
k) Quantos palitos tem em seis partes? 24
l) Que parte isso representa do total? 6/6

Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais:

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6
b) Que parte isso representa do total? $\frac{1}{4}$
c) Quantos palitos tem em duas partes? 12
d) Que parte isso representa do total? $\frac{12}{24}$ ou $\frac{2}{4}$
e) Quantos palitos tem em três partes? 18
f) Que parte isso representa do total? $\frac{18}{24}$ ou $\frac{3}{4}$
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24
h) Que parte isso representa do total? $\frac{24}{24}$ ou $\frac{4}{4}$

i) Quantos palitos em 8 partes? 3 palitos

j) Que parte isso representa do total? [illegible]

Situação 4: Pegue um conjunto de 8 palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 3

b) Que parte isso é do todo ? 24

Situação 5: Pegue um conjunto de dois palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 12

b) Que parte isso é do todo ? 2/12 [illegible]

c) Seis palitos seriam que parte do todo ? [illegible]

d) E quatro palitos? 13/12 ou [illegible]

e) Vinte e seis palitos representariam que parte do todo? 13/12 ou

f) Trinta e quatro palitos representariam que parte do todo? [illegible]

g) Cinqüenta e dois palitos representariam que parte do todo? 26/12 ou

2 – Analisando as situações anteriores, observe e complete:

a) 1/3 de 24 = 8

b) 2/3 de 24 = 16

c) 3/3 de 24 = 24

d) 1/6 de 24 = 4

e) 2/6 de 24 = 8

f) 3/4 de 24 = 18

g) 4/12 de 24 = 8

h) 14/12 de 24 = 28

i) 13/12 de 24 = 26

j) 18/12 de 24 = 36

k) 24/12 de 24 = 48

Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim

Fração pode representar o todo ? Sim

Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração: fração é uma divisão

APÊNDICE C
ATIVIDADE I ANA

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Formação Continuada de Professores - Pesquisadores em Ensino de Matemática
Oficina: Frações

Conceito de Fração

Objetivo da aula: Conceituar fração a partir da análise das situações propostas.

1. Consideremos um conjunto de 24 palitos.

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais.

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 palitos
b) Que parte isso representa do total? 1/3
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 palitos
d) Que parte isso representa do total? 2/3
e) Quantos palitos tem em três partes? 24 palitos
f) Que parte isso representa do total? 3/3

Situação 2: Divida esse conjunto em 6 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 4 palitos
b) Que parte isso representa do total? 1/6
c) Quantos palitos tem em duas partes? 8 palitos
d) Que parte isso representa do total? 2/6
e) Quantos palitos tem em três partes? 12 palitos
f) Que parte isso representa do total? 3/6
g) Quantos palitos tem em quatro partes? 16 palitos
h) Que parte isso representa do total? 4/6
i) Quantos palitos tem em cinco partes? 20 palitos
j) Que parte isso representa do total? 5/6
k) Quantos palitos tem em seis partes? 24 palitos
l) Que parte isso representa do total? 6/6

Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6 palitos
b) Que parte isso representa do total? 1/4
c) Quantos palitos tem em duas partes? 12 palitos
d) Que parte isso representa do total? 2/4
e) Quantos palitos tem em três partes? 18 palitos
f) Que parte isso representa do total? 3/4
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24 palitos
h) Que parte isso representa do total? 4/4

i) Quantos palitos em 8 partes? 48

j) Que parte isso representa do total? [illegible]

Situação 4: Pegue um conjunto de 8 palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 3

b) Que parte isso é do todo ? 1/3

Situação 5: Pegue um conjunto de dois palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 12 [illegible]

b) Que parte isso é do todo ? 1/12 [illegible]

c) Seis palitos seriam que parte do todo ? 3/12 [illegible]

d) E quatro palitos? 2/12 [illegible]

e) Vinte e seis palitos representariam que parte do todo? 13/12 [illegible]

f) Trinta e quatro palitos representariam que parte do todo? 17/12 [illegible]

g) Cinqüenta e dois palitos representariam que parte do todo? [illegible]

2 – Analisando as situações anteriores, observe e complete:

a) 1/3 de 24 = [illegible]
b) 2/3 de 24 = [illegible]
c) 3/3 de 24 = [illegible]
d) 1/6 de 24 = [illegible]
e) 2/6 de 24 = [illegible]
f) 3/4 de 24 = [illegible]
g) 4/12 de 24 = [illegible]
h) 14/12 de 24 = [illegible]
i) 13/12 de 24 = [illegible]
j) 18/12 de 24 = [illegible]
k) 24/12 de 24 = 48

Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim

Fração pode representar o todo ? Sim

Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:

fração é uma divisão

APÊNDICE C
ATIVIDADE I ROSE

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Formação Continuada de Professores - Pesquisadores em Ensino de Matemática
Oficina:Frações

Conceito de Fração

Objetivo da aula: Conceituar fração a partir da análise das situações propostas.

1. Consideremos um conjunto de 24 palitos

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais.

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 $\frac{1}{3}$
b) Que parte isso representa do total? 1/3 um terço
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 $\frac{2}{3}$
d) Que parte isso representa do total? 2/3
e) Quantos palitos tem em três partes? 24 $\frac{3}{3}$
f) Que parte isso representa do total? 3/3

Situação 2: Divida esse conjunto em 6 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 4
b) Que parte isso representa do total? 1/6
c) Quantos palitos tem em duas partes? 8
d) Que parte isso representa do total? 2/6
e) Quantos palitos tem em três partes? 12
f) Que parte isso representa do total? 3/6
g) Quantos palitos tem em quatro partes? 16
h) Que parte isso representa do total? 4/6
i) Quantos palitos tem em cinco partes? 20
j) Que parte isso representa do total? 5/6
k) Quantos palitos tem em seis partes? 24
l) Que parte isso representa do total? 6/6

Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6
b) Que parte isso representa do total? 1/6
c) Quantos palitos tem em duas partes? 12
d) Que parte isso representa do total? 2/4
e) Quantos palitos tem em três partes? 18
f) Que parte isso representa do total? 3/4
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24
h) Que parte isso representa do total? 4/4

i) Quantos palitos em 8 partes? 3
j) Que parte isso representa do total? 1/4

Situação 4: Pegue um conjunto de 8 palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 3
b) Que parte isso é do todo ? 1/4

Situação 5: Pegue um conjunto de dois palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ? 12
b) Que parte isso é do todo ? 1/2
c) Seis palitos seriam que parte do todo : 3/12 ou 6/24
d) E quatro palitos? 2/12
e) Vinte e seis palitos representariam que parte do todo? 2 1/12
f) Trinta e quatro palitos representariam que parte do todo? 2 5/12 ou 17/12
g) Cinqüenta e dois palitos representariam que parte do todo? 4/12 ou 28/12

2 – Analisando as situações anteriores, observe e complete:

a) 1/3 de 24 = 8
b) 2/3 de 24 = 16
c) 3/3 de 24 = 24
d) 1/6 de 24 = 4
e) 2/6 de 24 = 8
f) 3/4 de 24 = 18
g) 4/12 de 24 = 8
h) 14/12 de 24 = 28
i) 13/12 de 24 = 26
j) 18/12 de 24 = 36
k) 24/12 de 24 = 48

Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim
Fração pode representar o todo ? Sim
Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:
fração é uma divisão

APÊNDICE C
ATIVIDADE I DY

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Formação Continuada de Professores - Pesquisadores em Ensino de Matemática
Oficina:Frações

Conceito de Fração

Objetivo da aula: Conceituar fração a partir da análise das situações propostas.

1. Consideremos um conjunto de 24 palitos.

Situação 1: Divida esse conjunto em três partes iguais.

a) Quantos palitos tem cada parte? 8 palitos
b) Que parte isso representa do total? 1/3
c) Quantos palitos tem em duas partes? 16 palitos
d) Que parte isso representa do total? 2/3
e) Quantos palitos tem em três partes? 24 palitos
f) Que parte isso representa do total? 3/3

Situação 2: Divida esse conjunto em 6 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 4
b) Que parte isso representa do total? [illegible]
c) Quantos palitos tem em duas partes? [illegible]
d) Que parte isso representa do total? [illegible]
e) Quantos palitos tem em três partes? [illegible]
f) Que parte isso representa do total? [illegible]
g) Quantos palitos tem em quatro partes? [illegible]
h) Que parte isso representa do total? [illegible]
i) Quantos palitos tem em cinco partes? [illegible]
j) Que parte isso representa do total? [illegible]
k) Quantos palitos tem em seis partes? [illegible]
l) Que parte isso representa do total? [illegible]

Situação 3: Divida esse conjunto em 4 partes iguais.

a) Quantos palitos tem em cada parte? 6
b) Que parte isso representa do total? [illegible]
c) Quantos palitos tem em duas partes? [illegible]
d) Que parte isso representa do total? [illegible] ou [illegible]
e) Quantos palitos tem em três partes? [illegible]
f) Que parte isso representa do total? [illegible] ou [illegible]
g) Quantos palitos tem em 4 partes? 24
h) Que parte isso representa do total? [illegible] ou [illegible]

i) Quantos palitos em 8 partes?
j) Que parte isso representa do total?

Situação 4: Pegue um conjunto de 8 palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ?
b) Que parte isso é do todo ?

Situação 5: Pegue um conjunto de dois palitos.

a) Quantos conjuntos desses necessito para formar um todo ?
b) Que parte isso é do todo ?
c) Seis palitos seriam que parte do todo ?
d) E quatro palitos? 4
e) Vinte e seis palitos representariam que parte do todo?
f) Trinta e quatro palitos representariam que parte do todo?
g) Cinqüenta e dois palitos representariam que parte do todo?

2 – Analisando as situações anteriores, observe e complete:

a) 1/3 de 24 =
b) 2/3 de 24 =
c) 3/3 de 24 =
d) 1/6 de 24 =
e) 2/6 de 24 =
f) 3/4 de 24 =
g) 4/12 de 24 =
h) 14/12 de 24 =
i) 13/12 de 24 =
j) 18/12 de 24 =
k) 24/12 de 24 =

Conclusão Final:

Fração pode representar parte de um todo ? Sim
Fração pode representar o todo ? Sim
Fração pode representar o todo e mais partes? Sim

Conceitue fração:
Ou Todo mais parte

APÊNDICE C

Atividade II

APÊNDICE C
ATIVIDADE II LYA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES-PESQUISADORES EM ENSINO DE MATEMÁTICA
OFICINA: FRAÇÕES

1. Considere a unidade e responda:

   a) Quanto medem as superfícies abaixo?

   1 2 3 4 5 6 7 8 9

   b) Identifique a superfície que mede:

   - 2/7 de U: superfície.........
   - 4/3 de U: superfície.........
   - 28/21 de U: superfície.........
   - 42/21 de U: superfície.........
   - 1 1/3 de U: superfície.........
   - 1 7/21 de U: superfície.........
   - 6/21 de U: superfície.........
   - 1 1/21 de U: superfície.........

2. Com a mesma unidade do exercício anterior, represente e dê as respostas:

   a) 1/3 + 1/7 10/21
   b) 1/3 − 1/7 4/21
   c) 2/3 + 2/7
   d) 1/3 − 2/7 1/21
   e) 2/3 + 7/21 21/21 ou unidade
   f) 2/3 − 7/21
   g) 2/3 + 2/3 14/21 ou 21 TERCO
   h) 1 − 3/7 12/21

3. Observe os desenhos: 1 2 3 4 5

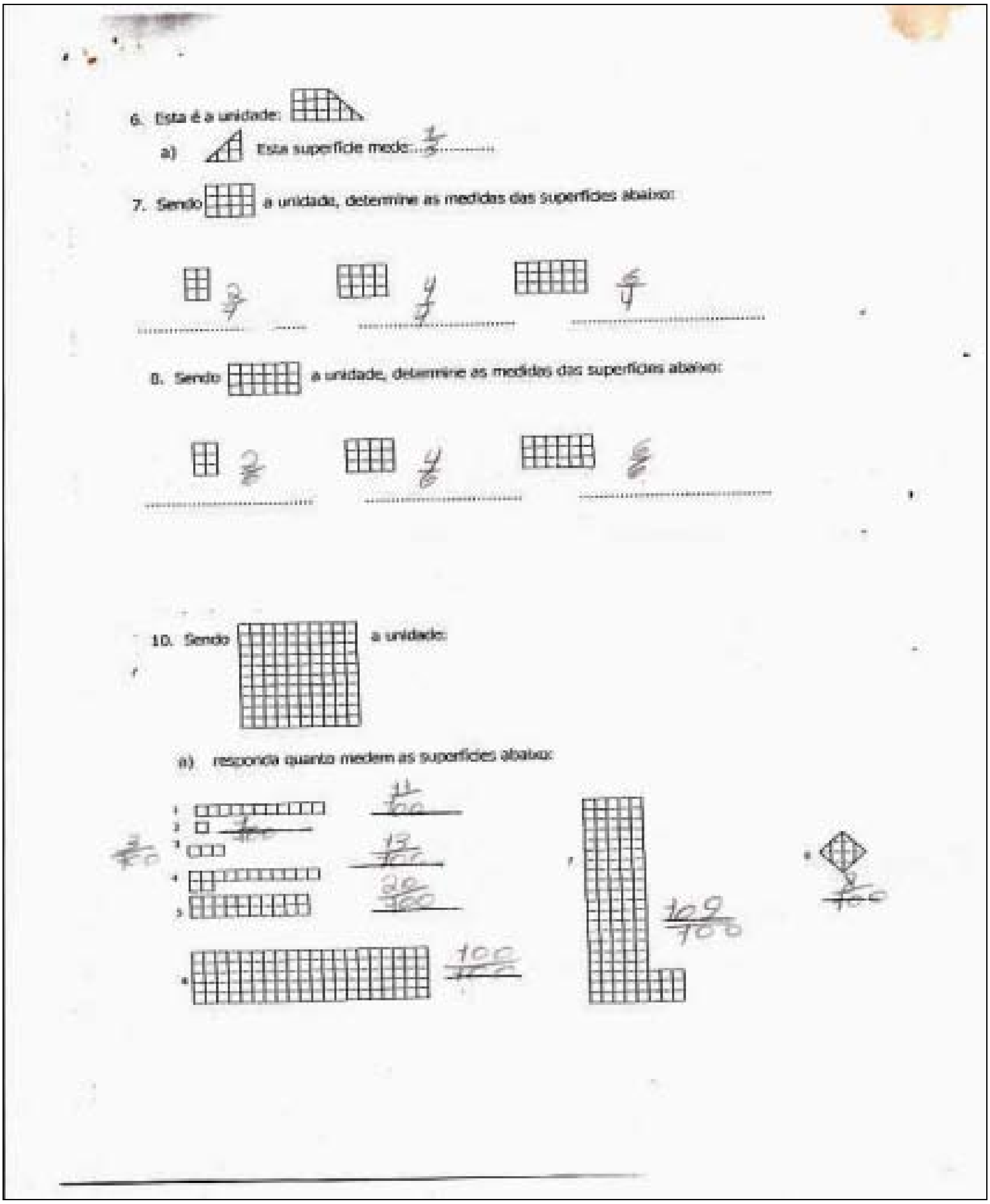
   a) Se a superfície 1 for a unidade, quanto medem as outras superfícies?
   b) Se a superfície 2 for a unidade, quanto medem as outras?
   c) Determine a medida da superfície 1 quando a unidade é uma outra das superfícies desenhadas acima.
   d) Escolhi uma unidade entre as superfícies desenhadas acima, medi a superfície 2 e obtive 4/25. Qual a unidade escolhida por mim? 5

4. Esta é a unidade:

   a) Esta superfície mede: 2 unidade
   b) Esta superfície mede: 3 unidade

5. Esta é a unidade:

   a) Esta superfície mede:.........



6. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: $\frac{2}{3}$

7. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

$\frac{2}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{6}{4}$

8. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

$\frac{2}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{6}$

10. Sendo a unidade:

a) responda quanto medem as superfícies abaixo:

1 $\frac{11}{100}$

2 $\frac{1}{100}$

3 $\frac{3}{100}$

4 $\frac{13}{100}$

5 $\frac{20}{100}$

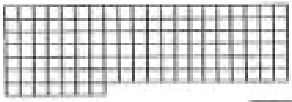
6 $\frac{100}{100}$

7 $\frac{109}{100}$

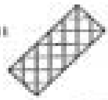
8 $\frac{2}{100}$

9 

$\frac{30}{100}$

10 

$\frac{127}{100}$

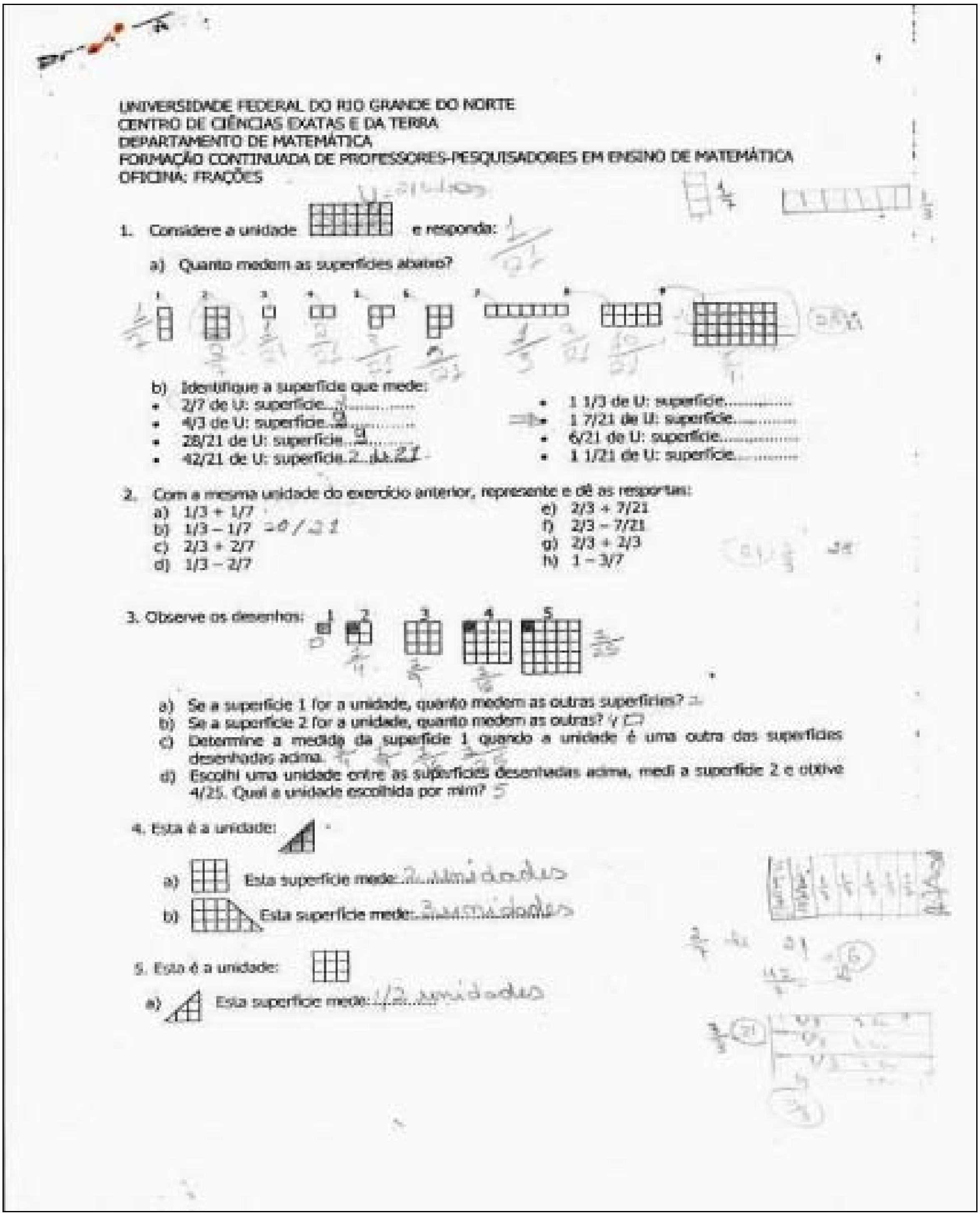
11 

$\frac{20}{100}$

b) Identifique a superfície de acordo com as medidas:

- medida: 0,48 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 1,00 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,03 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,16 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 2,09 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: um décimo e seis centésimos ⇒ superfície: [illegible]
- medida: oito centésimos ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,10 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 124/100 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 2 9/100 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 10/100 ⇒ superfície: [illegible]

APÊNDICE C
ATIVIDADE II ANA



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES-PESQUISADORES EM ENSINO DE MATEMÁTICA
OFICINA: FRAÇÕES

1. Considere a unidade e responda:

a) Quanto medem as superfícies abaixo?

1 2 3 4 5 6 7 8 9

b) Identifique a superfície que mede:

- 2/7 de U: superfície..........
- 4/3 de U: superfície..........
- 28/21 de U: superfície..........
- 42/21 de U: superfície. 2 ... 21
- 1 1/3 de U: superfície..........
- 1 7/21 de U: superfície..........
- 6/21 de U: superfície..........
- 1 1/21 de U: superfície..........

2. Com a mesma unidade do exercício anterior, represente e dê as respostas:

a) 1/3 + 1/7
b) 1/3 – 1/7 20/21
c) 2/3 + 2/7
d) 1/3 – 2/7
e) 2/3 + 7/21
f) 2/3 – 7/21
g) 2/3 + 2/3
h) 1 – 3/7

3. Observe os desenhos: 1 2 3 4 5

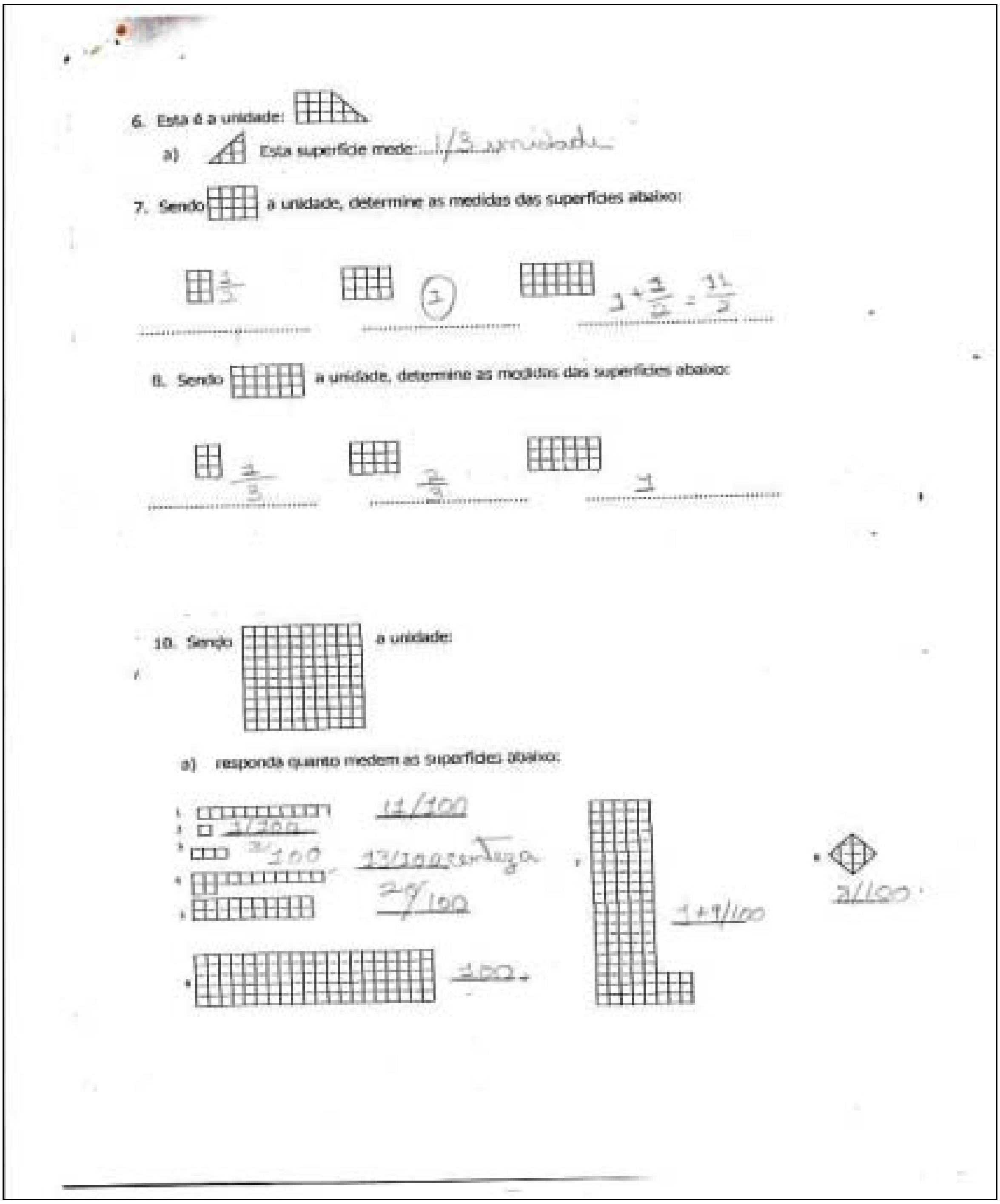
a) Se a superfície 1 for a unidade, quanto medem as outras superfícies?
b) Se a superfície 2 for a unidade, quanto medem as outras?
c) Determine a medida da superfície 1 quando a unidade é uma outra das superfícies desenhadas acima.
d) Escolhi uma unidade entre as superfícies desenhadas acima, medi a superfície 2 e obtive 4/25. Qual a unidade escolhida por mim? 5

4. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: 2 unidades
b) Esta superfície mede: 3 unidades

5. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: 1/2 unidades



6. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: 1/3 unidade

7. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

1/3 .... 1 .... 1 + 1/2 = 11/2

8. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

1/3 .... 2/3 1

10. Sendo a unidade:

a) responda quanto medem as superfícies abaixo:

11/100

1/100

3/100 13/100 centeza

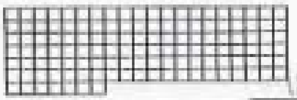
20/100

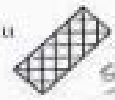
100

149/100

2/100

9  30/100

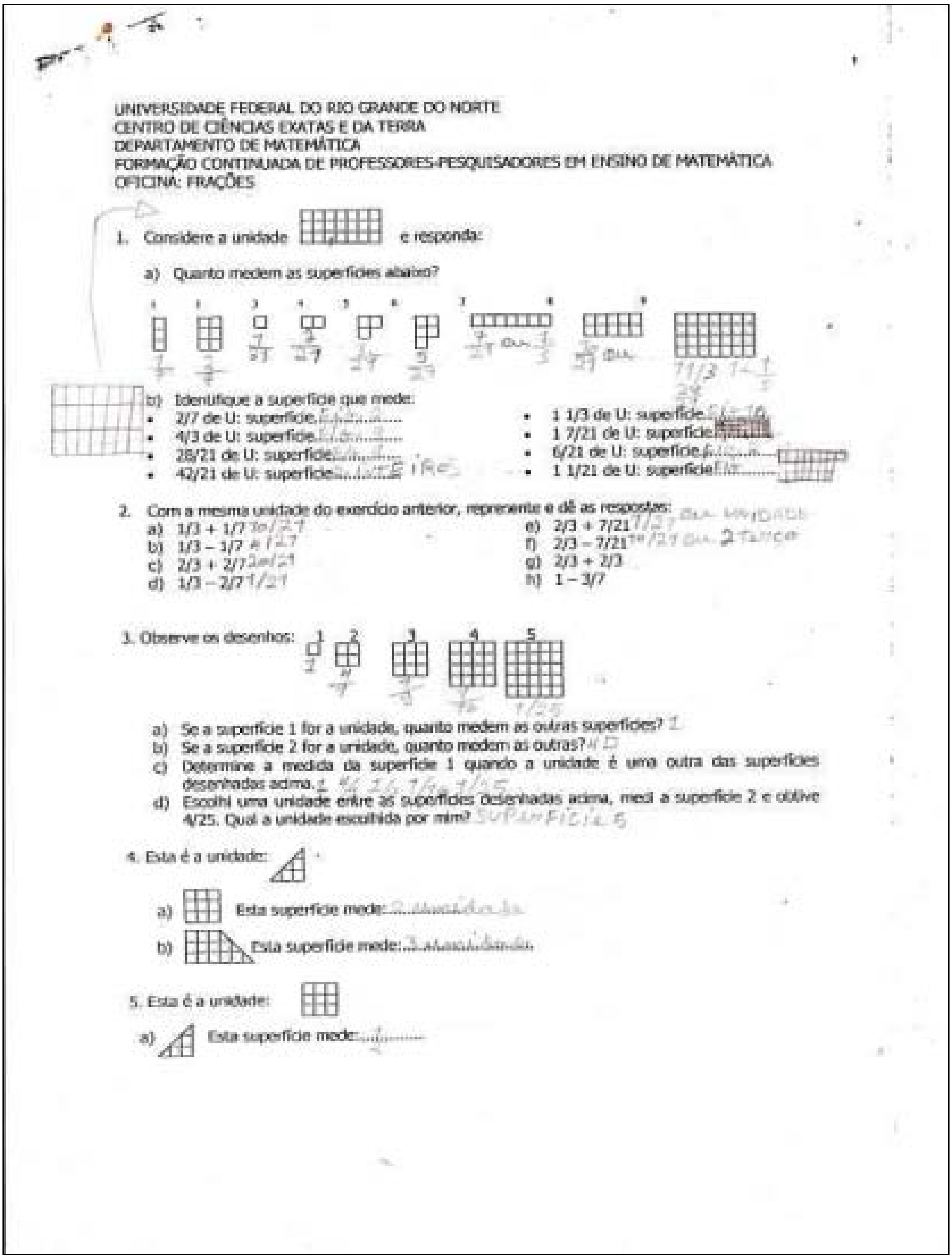
10  127/100

11  50/100

b) Identifique a superfície de acordo com as medidas:

- medida: 0,40 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 1,00 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,03 ⇒ superfície: 3/100
- medida: 0,16 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 2,09 ⇒ superfície: 202/100
- medida: um décimo e seis centésimos ⇒ superfície: 1/10 + 6/100
- medida: oito centésimos ⇒ superfície: 8/100
- medida: 0,10 ⇒ superfície: 10/100
- medida: 124/100 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 2 9/100 ⇒ superfície: [illegible] + 9/100
- medida: 10/100 ⇒ superfície: 10/100

APÊNDICE C
ATIVIDADE II ROSE



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES-PESQUISADORES EM ENSINO DE MATEMÁTICA
OFICINA: FRAÇÕES

1. Considere a unidade e responda:

a) Quanto medem as superfícies abaixo?

b) Identifique a superfície que mede:
- 2/7 de U: superfície............
- 4/3 de U: superfície............
- 28/21 de U: superfície............
- 42/21 de U: superfície............
- 1 1/3 de U: superfície............
- 1 7/21 de U: superfície............
- 6/21 de U: superfície............
- 1 1/21 de U: superfície............

2. Com a mesma unidade do exercício anterior, represente e dê as respostas:
a) 1/3 + 1/7 10/21
b) 1/3 – 1/7 4/21
c) 2/3 + 2/7 20/21
d) 1/3 – 2/7 1/21
e) 2/3 + 7/21 7/21
f) 2/3 – 7/21
g) 2/3 + 2/3
h) 1 – 3/7

3. Observe os desenhos: 1 2 3 4 5

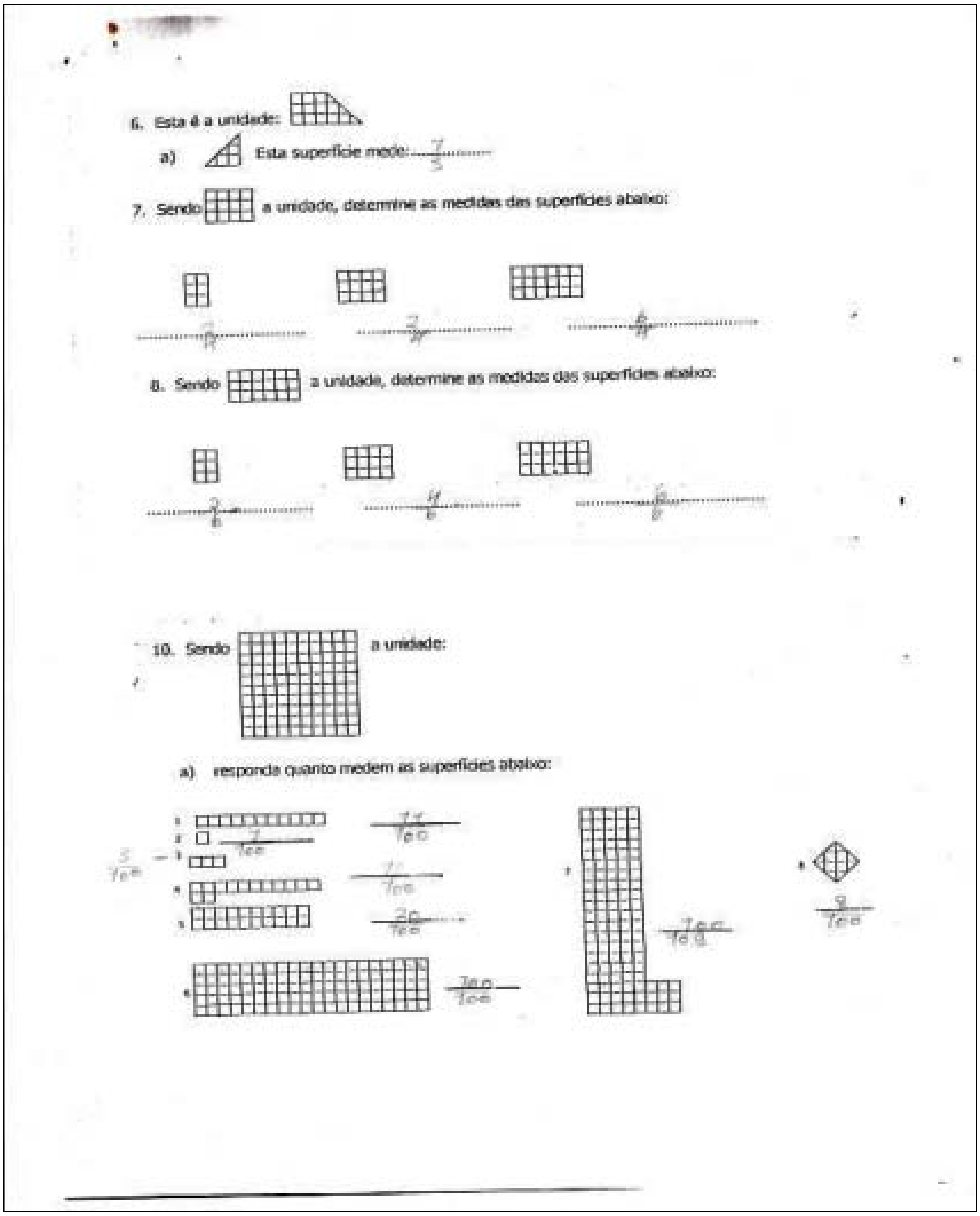
a) Se a superfície 1 for a unidade, quanto medem as outras superfícies?
b) Se a superfície 2 for a unidade, quanto medem as outras?
c) Determine a medida da superfície 1 quando a unidade é uma outra das superfícies desenhadas acima.
d) Escolhi uma unidade entre as superfícies desenhadas acima, medi a superfície 2 e obtive 4/25. Qual a unidade escolhida por mim? SUPERFÍCIE 5

4. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: 2 unidades
b) Esta superfície mede: 3 unidades

5. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede: 1



6. Esta é a unidade:

a) Esta superfície mede:

7. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

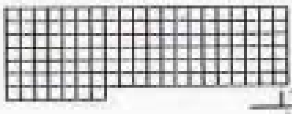
8. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

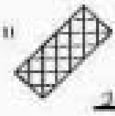
10. Sendo a unidade:

a) responda quanto medem as superfícies abaixo:

9

30/100

10

127/100

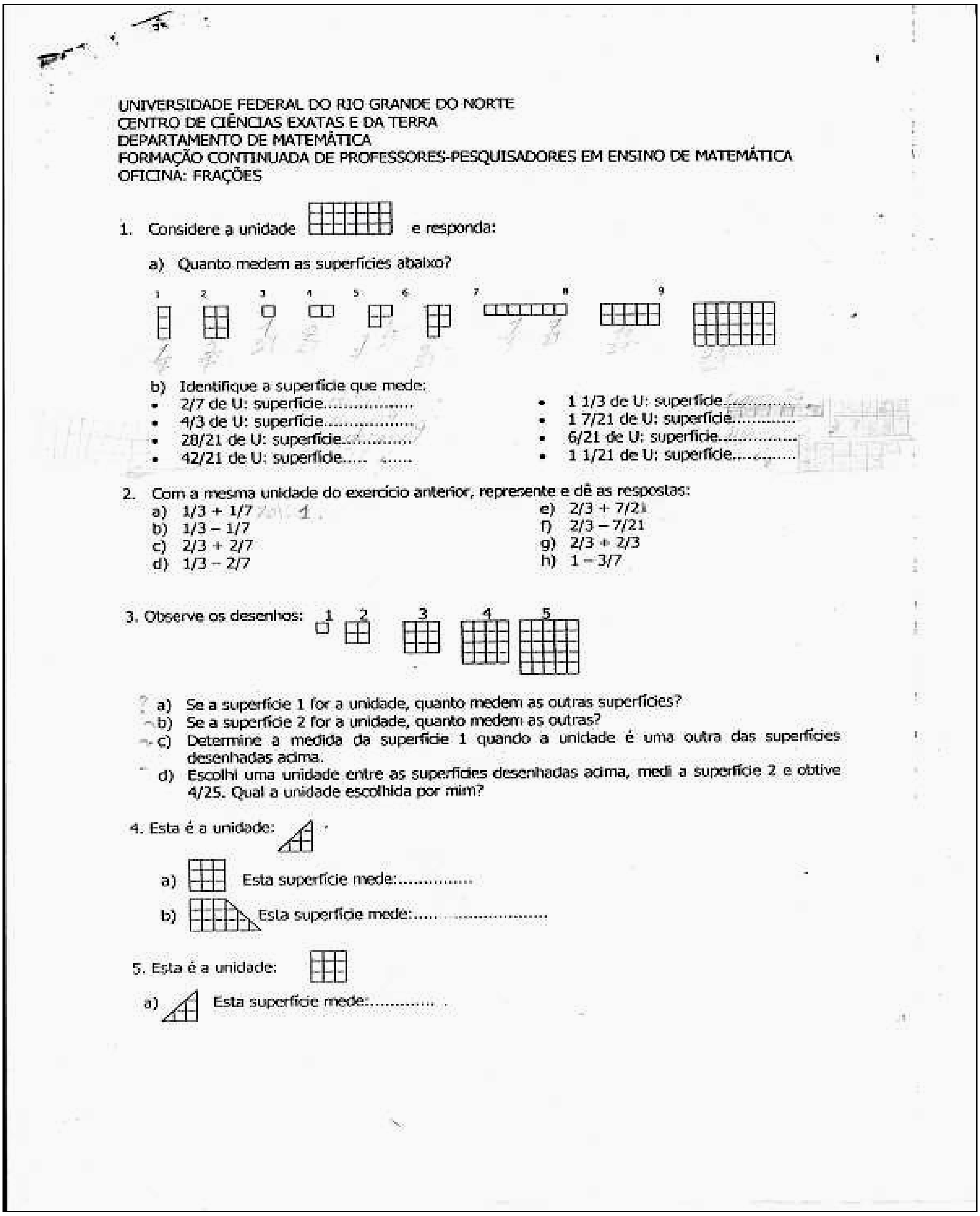
11

20/100

b) Identifique a superfície de acordo com as medidas:

- medida: 0,48 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 1,00 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,03 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,16 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 2,09 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: um décimo e seis centésimos ⇒ superfície: [illegible]/100
- medida: oito centésimos ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 0,10 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 124/100 ⇒ superfície: [illegible]/100
- medida: 2 9/100 ⇒ superfície: [illegible]
- medida: 10/100 ⇒ superfície: [illegible]

Tome como unidade de área um quadrado equivalente a cem quadradinhos do seu papel

APÊNDICE C
ATIVIDADE II DY



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES-PESQUISADORES EM ENSINO DE MATEMÁTICA
OFICINA: FRAÇÕES

1. Considere a unidade e responda:

   a) Quanto medem as superfícies abaixo?

   1 2 3 4 5 6 7 8 9

   b) Identifique a superfície que mede:

   - 2/7 de U: superfície..................
   - 4/3 de U: superfície..................
   - 28/21 de U: superfície..................
   - 42/21 de U: superfície..................
   - 1 1/3 de U: superfície..................
   - 1 7/21 de U: superfície..................
   - 6/21 de U: superfície..................
   - 1 1/21 de U: superfície..................

2. Com a mesma unidade do exercício anterior, represente e dê as respostas:

   a) 1/3 + 1/7
   b) 1/3 – 1/7
   c) 2/3 + 2/7
   d) 1/3 – 2/7
   e) 2/3 + 7/21
   f) 2/3 – 7/21
   g) 2/3 + 2/3
   h) 1 – 3/7

3. Observe os desenhos: 1 2 3 4 5

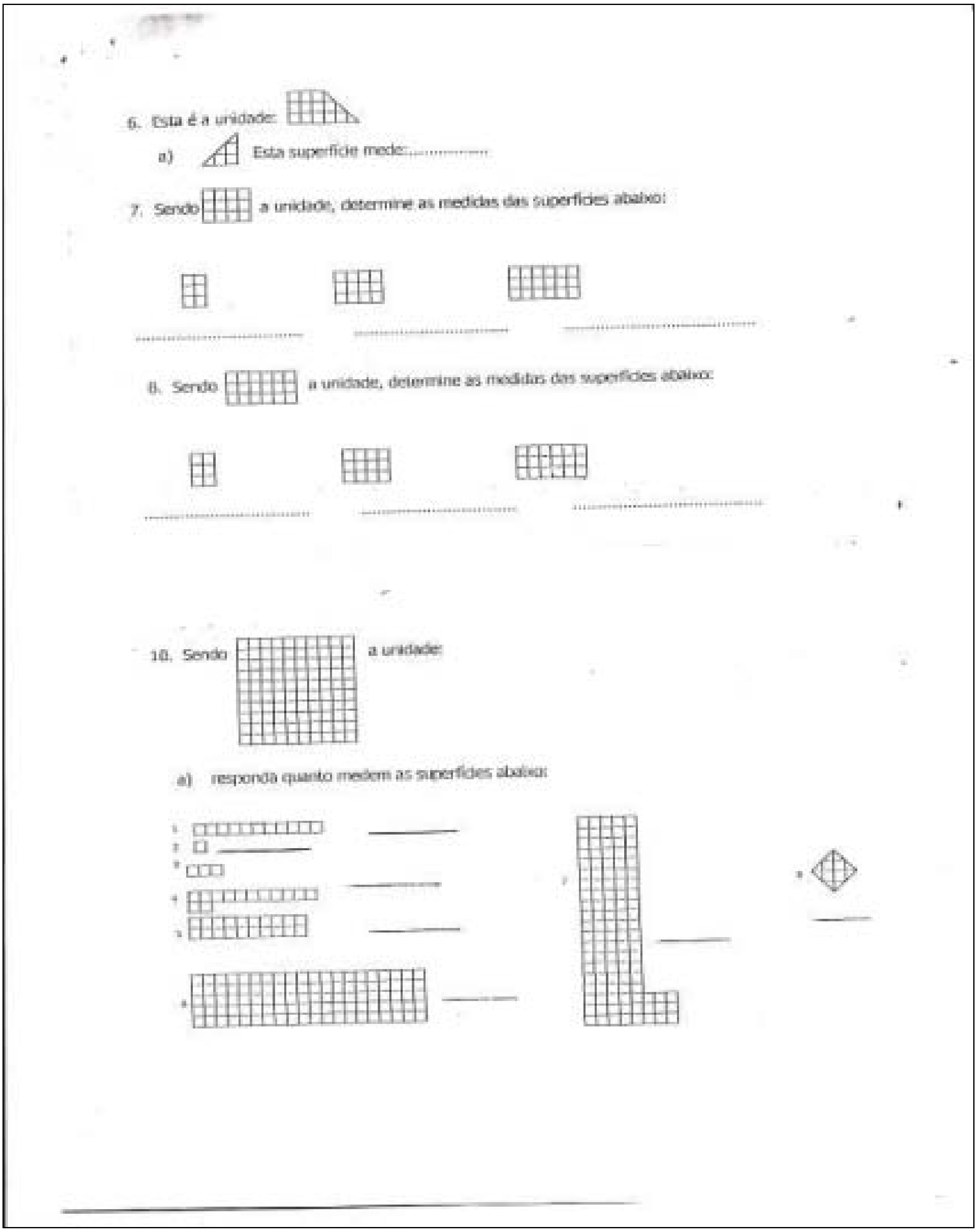
   a) Se a superfície 1 for a unidade, quanto medem as outras superfícies?
   b) Se a superfície 2 for a unidade, quanto medem as outras?
   c) Determine a medida da superfície 1 quando a unidade é uma outra das superfícies desenhadas acima.
   d) Escolhi uma unidade entre as superfícies desenhadas acima, medi a superfície 2 e obtive 4/25. Qual a unidade escolhida por mim?

4. Esta é a unidade:

   a) Esta superfície mede:...............
   b) Esta superfície mede:...........................

5. Esta é a unidade:

   a) Esta superfície mede:.............



6. Esta é a unidade:

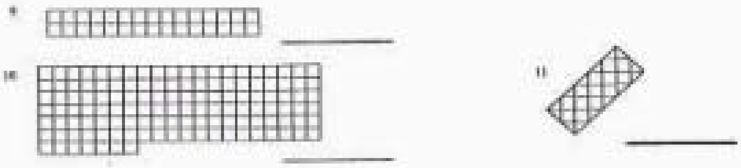
a) Esta superfície mede:..................

7. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

8. Sendo a unidade, determine as medidas das superfícies abaixo:

10. Sendo a unidade:

a) responda quanto medem as superfícies abaixo:



b) Identifique a superfície de acordo com as medidas:

- medida: 0,40 ⇒ superfície:............
- medida: 1,00 ⇒ superfície:............
- medida: 0,03 ⇒ superfície:............
- medida: 0,16 ⇒ superfície:............
- medida: 2,09 ⇒ superfície:............
- medida: um décimo e seis centésimos ⇒ superfície:............
- medida: oito centésimos ⇒ superfície:............
- medida: 0,10 ⇒ superfície:............
- medida: 124/100 ⇒ superfície:.........
- medida: 2 9/100 ⇒ superfície:.........
- medida: 10/100 ⇒ superfície:..........

APÊNDICE C
Atividade III

APÊNDICE C
ATIVIDADE III LYA

Números racionais
Atividades com material dourado

1) A) Observe o material que você recebeu. Quantos cubinhos são necessários para formar uma barrinha? 10
B) Quantas barrinhas são necessárias para formar uma placa? 10
c) Quantos cubinhos são necessários para formar uma placa? 100
d) Quantas placas são necessárias para formar um cubo grande? 10
e) Quantas barrinhas são necessárias para formar um cubo grande? E quantos cubinhos? 1000
100

Se considerarmos que o cubinho está representando a unidade, ou seja, 1 (um), então, cada barrinha estará representando uma dezena, cada placa será uma centena e o cubo grande será uma unidade de milhar.

2) Jogo do nunca dez:
O jogo do nunca dez tem a seguinte regra:
Toda vez que você tiver 10 cubinho, você deve trocá-los por uma barrinha.
Toda vez que tiver 10 barrinhas, você deve trocá-los por uma placa.
Toda vez que tiver 10 placas, deve trocá-las por um cubo grande.

Agora, utilizando o jogo do nunca dez, pegue a quandidade indicada em cada item, faça as trocas necessárias e depois escreva com quantas placas, barrinhas e cubinhos ficou em cada item.

a) 37 cubinhos 3 Barras e 7 cubinhos
b) 12 barrinhas e 6 cubinhos 126 cubinhos
c) 11 barrinhas e 15 cubinhos 1 placa 2 barrinha e 5 cubinhos
d) 3 placas, 10 barrinhas e 3 cubinhos. 4 placas e 3 cubinho

3) Utilizando o jogo do nunca dez, escreva abaixo quantas placas, barrinhas e cubinhos são necessários para representar cada um dos números:
   a) 34 3 barras e 4 cubinhas
   b) 348 3 placas 4 b 8 cubinhos
   c) 20 2 barras cubinhos
   d) 200 2 placas
   e) 307 3 placas 7 cubinhos
   f) 570 5 placas e 7 barrinhas

4) Pegue no material 356. Depois pegue 172. Junte tudo e faça as trocas necessárias a partir do jogo do nunca dez. Com quanto você ficou? Arme e resolva a operação 356 + 172. Compare com o que você fez no material. O que você observa?

$$\begin{array}{r} 356 \\ +172 \\ \hline 528 \end{array}$$

6 - Placas 2 Barrinhas 8 cubinhas

123
231
354

5) Utilizando o material dourado e o jogo do nunca dez, faça as operações abaixo:
   a) 123 + 231 = 354 c) 357 + 262 = 618
   b) 246 + 127 = 373 d) 148 + 193 = 341

6) Agora, a unidade será a placa. Responda:
   a) Em quantas partes tenho que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir barrinhas iguais? Quantas barrinhas terei? 10 barrinhas
   b) Se eu pegar 3 barrinhas, que fração será da unidade? $\frac{3}{10}$ cubinhos
   c) Em quantas partes terei que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir cubinhos todos iguais? Quantos cubinhos terei? 100 cubinhos
   d) Se eu pegar 9 cubinhos, que fração será da unidade? $\frac{9}{100}$ cubinhos
   e) Se eu pegar 1 barrinha e 7 cubinhos que fração será da unidade? 17 100 cubinhos
   f) E se eu pegar 17 cubinhos, que fração será? cubinhos
   g) Que fração será se eu pegar ? barrinhas? barrinhas
   h) E se pegar 20 cubinhos, que fração será? cubinhos
   i) Se pegarmos 12 barrinhas e 3 cubinhos, que fração será? (Não se esqueça de usar o jogo do nunca dez). $1\frac{23}{100}$

7) Agora, nossa unidade, ou seja, nosso inteiro, será o cubo grande.
   a) Que fração da unidade representa uma placa?
   b) E uma barrinha, que fração representa?
   c) E um cubinho, que fração será do inteiro?

As palavras todo, inteiro e unidade significam a mesma coisa, assim, tanto faz falarmos:
Que fração é do inteiro?
Que fração é da unidade?
Que fração é do todo?

8) Considere que o inteiro é o cubo grande. Utilizando o jogo do nunca dez, pegue, no material dourado a quantidade de placas, barrinhas e cubinhos necessários para representar:
   a) 0,03 barrinhas
   b) 0,3 placas.
   c) 0,30 barrinhas
   d) 0,567 cubinhos
   e) 0,657 cubinhos
   f) 0,002 cubinhos
   g) 0,020 cubinhos

9) Em qual dos casos abaixo você terá mais cubinhos, ou seja, qual dos dois números é maior?
   a) Em 0,023 ou em 0,025? essa fração mais cubinhos
   b) Em 0,06 ou em 0,053? essa fração mais cubinhos
   c) Em 0,1 ou em 0,068? essa fração mais placas
   d) Em 0,46 ou em 0,469? Placas barrinhas cubinhos

APÊNDICE C
ATIVIDADE III ANA

Números racionais
Atividades com material dourado

1) A) Observe o material que você recebeu. Quantos cubinhos são necessários para formar uma barrinha? 10
B) Quantas barrinhas são necessárias para formar uma placa? 10
c) Quantos cubinhos são necessários para formar uma placa? 100
d) Quantas placas são necessárias para formar um cubo grande? 10
e) Quantas barrinhas são necessárias para formar um cubo grande? E quantos cubinhos? 1000

Se considerarmos que o cubinho está representando a unidade, ou seja, 1 (um), então, cada barrinha estará representando uma dezena, cada placa será uma centena e o cubo grande será uma unidade de milhar.

2) Jogo do nunca dez:
O jogo do nunca dez tem a seguinte regra:
Toda vez que você tiver 10 cubinho, você deve trocá-los por uma barrinha.
Toda vez que tiver 10 barrinhas, você deve trocá-los por uma placa.
Toda vez que tiver 10 placas, deve trocá-las por um cubo grande.

Agora, utilizando o jogo do nunca dez, pegue a quandidade indicada em cada item, faça as trocas necessárias e depois escreva com quantas placas, barrinhas e cubinhos ficou em cada item.

a) 37 cubinhos 3 barrinha 7 cubinhos
b) 12 barrinhas e 6 cubinhos 6 cubinhos 2 barrinha e uma placa
c) 11 barrinhas e 15 cubinhos 1 placas 2 barrinha 5 cubinhos
d) 3 placas, 10 barrinhas e 3 cubinhos. 4 placas 3 cubinhos

3) Utilizando o jogo do nunca dez, escreva abaixo quantas placas, barrinhas e cubinhos são necessários para representar cada um dos números:
   a) 34 3 barras 4 cubinhos
   b) 348 3 placas 4 [illegible] 8 cubi[illegible]
   c) 20 2 barras
   d) 200 2 placas
   e) 507
   f) 570 5 placas 7 [illegible]

4) Pegue no material 356. Depois pegue 172. Junte tudo e faça as trocas necessárias a partir do jogo do nunca dez. Com quanto você ficou? Arme e resolva a operação 356 + 172. Compare com o que você fez no material. O que você observa?

5 placas 5 barras 8 cubinho
[illegible] 10 barras 1 placa

$$\begin{array}{r} 356 \\ +172 \\ \hline 528 \end{array}$$

5) Utilizando o material dourado e o jogo do nunca dez, faça as operações abaixo:

a) 123 + 231 = 354 c) 357 + 262 = 619
b) 246 + 127 = 373 d) 148 + 193 = 341

6) Agora, a unidade será a placa. Responda:

a) Em quantas partes tenho que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir barrinhas iguais? Quantas barrinhas terei? dez Parte de dez cubos
b) Se eu pegar 3 barrinhas, que fração será da unidade? Três décimos
c) Em quantas partes terei que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir cubinhos todos iguais? Quantos cubinhos terei? cem cubos
d) Se eu pegar 9 cubinhos, que fração será da unidade?
e) Se eu pegar 1 barrinha e 7 cubinhos que fração será da unidade?
f) E se eu pegar 17 cubinhos, que fração será? $\frac{17}{100}$
g) Que fração será se eu pegar 2 barrinhas? dois décimos - 20 sobre $\frac{20}{100}$
h) E se pegar 20 cubinhos, que fração será? 20 sobre 100 $\frac{20}{100}$
i) Se pegarmos 12 barrinhas e 3 cubinhos, que fração será? (Não se esqueça de usar o jogo do nunca dez). 1 inteiro + $\frac{23}{100}$

7) Agora, nossa unidade, ou seja, nosso inteiro, será o cubo grande.

a) Que fração da unidade representa uma placa? $\frac{1}{10}$
b) E uma barrinha, que fração representa? $\frac{1}{100}$
c) E um cubinho, que fração será do inteiro? $\frac{1}{1000}$

1 placa = $\boxed{\frac{1}{10}}$
1 barrinha = $\frac{1}{100}$
1 cubinho = $\frac{1}{1000}$

As palavras todo, inteiro e unidade significam a mesma coisa, assim, tanto faz falarmos:
Que fração é do inteiro?
Que fração é da unidade?
Que fração é do todo?

8) Considere que o inteiro é o cubo grande. Utilizando o jogo do nunca dez, pegue, no material dourado a quantidade de placas, barrinhas e cubinhos necessários para representar:

a) 0,03 → $\frac{3}{100}$ = 3 barrinhas.
b) 0,3
c) 0,30
d) 0,567
e) 0,657
f) 0,002
g) 0,020

9) Em qual dos casos abaixo você terá mais cubinhos, ou seja, qual dos dois números é maior?

a) Em 0,023 ou em 0,025?
b) Em 0,06 ou em 0,053?
c) Em 0,1 ou em 0,068?
d) Em 0,46 ou em 0,469?

APÊNDICE C
ATIVIDADE III ROSE

Números racionais
Atividades com material dourado

1) A) Observe o material que você recebeu. Quantos cubinhos são necessários para formar uma barrinha? 10
B) Quantas barrinhas são necessárias para formar uma placa? 10
c) Quantos cubinhos são necessários para formar uma placa? 100
d) Quantas placas são necessárias para formar um cubo grande? 10
e) Quantas barrinhas são necessárias para formar um cubo grande? E quantos cubinhos? 1000

Se considerarmos que o cubinho está representando a unidade, ou seja, 1 (um), então, cada barrinha estará representando uma dezena, cada placa será uma centena e o cubo grande será uma unidade de milhar.

2) Jogo do nunca dez:
O jogo do nunca dez tem a seguinte regra:
Toda vez que você tiver 10 cubinho, você deve trocá-los por uma barrinha.
Toda vez que tiver 10 barrinhas, você deve trocá-los por uma placa.
Toda vez que tiver 10 placas, deve trocá-los por um cubo grande.

Agora, utilizando o jogo do nunca dez, pegue a quandidade indicada em cada item, faça as trocas necessárias e depois escreva com quantas placas, barrinhas e cubinhos ficou em cada item.

a) 37 cubinhos 3 barra e 7 cubinhos
b) 12 barrinhas e 6 cubinhos 126 cubinhos
c) 11 barrinhas e 15 cubinhos 125 cubinhos
d) 3 placas, 10 barrinhas e 3 cubinhos 4 placas 3 cubinhos

3) Utilizando o jogo do nunca dez, escreva abaixo quantas placas, barrinhas e cubinhos são necessários para representar cada um dos números:
   a) 34 = 3 barras e 4 cubinhas
   b) 348 = 3 placas, 4 barras e 8 cubinha
   c) 20 = 2 barras
   d) 200 = 2 placas
   e) 307 = 3 placas 7 cubinhos
   f) 570 = 5 placas 7 barras

4) Pegue no material 356. Depois pegue 172. Junte tudo e faça as trocas necessárias a partir do jogo do nunca dez. Com quanto você ficou? Arme e resolva a operação 356 + 172. Compare com o que você fez no material. O que você observa?
R
3 placas, 5 barras 8 cubinhos
troquei 10 barras por uma placa

$$\begin{array}{r} 356 \\ +\ 172 \\ \hline 528 \end{array}$$

5) Utilizando o material dourado e o jogo do nunca dez, faça as operações abaixo:

a) 123 + 231 = 354
b) 246 + 127 = 373
c) 357 + 262 =
d) 148 + 193 =

6) Agora, a unidade será a placa. Responda:

a) Em quantas partes tenho que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir barrinhas iguais? Quantas barrinhas terei? 10 barrinhas
b) Se eu pegar 3 barrinhas, que fração será da unidade? 3/10 ou 30/100
c) Em quantas partes terei que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir cubinhos todos iguais? Quantos cubinhos terei? 100 cubinhos
d) Se eu pegar 9 cubinhos, que fração será da unidade? 9/100
e) Se eu pegar 1 barrinha e 7 cubinhos que fração será da unidade? 17/100
f) E se eu pegar 17 cubinhos, que fração será? 20/100
g) Que fração será se eu pegar 2 barrinhas? 20/100
h) E se pegar 20 cubinhos, que fração será? 23/100
i) Se pegarmos 12 barrinhas e 3 cubinhos, que fração será? (Não se esqueça de usar o jogo do nunca dez). 123/100

7) Agora, nossa unidade, ou seja, nosso inteiro, será o cubo grande.

a) Que fração da unidade representa uma placa? 1/10
b) E uma barrinha, que fração representa? 1/100
c) E um cubinho, que fração será do inteiro? 1/1000

As palavras todo, inteiro e unidade significam a mesma coisa, assim, tanto faz falarmos:
Que fração é do inteiro?
Que fração é da unidade?
Que fração é do todo?

8) Considere que o inteiro é o cubo grande. Utilizando o jogo do nunca dez, pegue, no material dourado a quantidade de placas, barrinhas e cubinhos necessários para representar:

a) **0,03** 3/100 = 3 Barras
b) **0,3** 3/10 = 3 Placas
c) **0,30** 30/100 = 3 Barras
d) **0,567** 567/1000 5 Placas 6 barras 7 cubinhos
e) **0,657** 657 = 6 placas + 5 barras + 7 cubinhos
f) **0,002** 002 = 1/1000 = 2/1000 = 2 cubinhos
g) **0,020** 20/20/1000 = 20 cubinhos

9) Em qual dos casos abaixo você terá mais cubinhos, ou seja, qual dos dois números é maior?

a) Em 0,023 ou em 0,025?
b) Em 0,06 ou em 0,053?
c) Em 0,1 ou em 0,068?
d) Em 0,46 ou em 0,469?

APÊNDICE C
ATIVIDADE III DY

Números racionais
Atividades com material dourado

1) A) Observe o material que você recebeu. Quantos cubinhos são necessários para formar uma barrinha?
B) Quantas barrinhas são necessárias para formar uma placa?
c) Quantos cubinhos são necessários para formar uma placa?
d) Quantas placas são necessárias para formar um cubo grande?
e) Quantas barrinhas são necessárias para formar um cubo grande? E quantos cubinhos?

Se considerarmos que o cubinho está representando a unidade, ou seja, 1 (um), então, cada barrinha estará representando uma dezena, cada placa será uma centena e o cubo grande será uma unidade de milhar.

2) Jogo do nunca dez:
O jogo do nunca dez tem a seguinte regra:
Toda vez que você tiver 10 cubinho, você deve trocá-los por uma barrinha.
Toda vez que tiver 10 barrinhas, você deve trocá-los por uma placa.
Toda vez que tiver 10 placas, deve trocá-las por um cubo grande.

Agora, utilizando o jogo do nunca dez, pegue a quantidade indicada em cada item, faça as trocas necessárias e depois escreva com quantas placas, barrinhas e cubinhos ficou em cada item.

a) 37 cubinhos
b) 12 barrinhas e 6 cubinhos
c) 11 barrinhas e 15 cubinhos
d) 3 placas, 10 barrinhas e 3 cubinhos.

3) Utilizando o jogo do nunca dez, escreva abaixo quantas placas, barrinhas e cubinhos são necessários para representar cada um dos números:
   a) 34
   b) 348
   c) 20
   d) 200
   e) 507
   f) 570

4) Pegue no material 356. Depois pegue 172. Junte tudo e faça as trocas necessárias a partir do jogo do nunca dez. Com quanto você ficou? Arme e resolva a operação 356 + 172. Compare com o que você fez no material. O que você observa?

5) Utilizando o material dourado e o jogo do nunca dez, faça as operações abaixo:
   - a) 123 + 231 =
   - b) 246 + 127 =
   - c) 357 + 262 =
   - d) 148 + 193 =

6) Agora, a unidade será a placa. Responda:
   - a) Em quantas partes tenho que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir barrinhas iguais? Quantas barrinhas terei?
   - b) Se eu pegar 3 barrinhas, que fração será da unidade?
   - c) Em quantas partes terei que dividir a placa, ou seja, a unidade, para conseguir cubinhos todos iguais? Quantos cubinhos terei?
   - d) Se eu pegar 9 cubinhos, que fração será da unidade?
   - e) Se eu pegar 1 barrinha e 7 cubinhos que fração será da unidade?
   - f) E se eu pegar 17 cubinhos, que fração será?
   - g) Que fração será se eu pegar 2 barrinhas?
   - h) E se pegar 20 cubinhos, que fração será?
   - i) Se pegarmos 12 barrinhas e 3 cubinhos, que fração será? (Não se esqueça de usar o jogo do nunca dez).

7) Agora, nossa unidade, ou seja, nosso inteiro, será o cubo grande.
   - a) Que fração da unidade representa uma placa?
   - b) E uma barrinha, que fração representa?
   - c) E um cubinho, que fração será do inteiro?

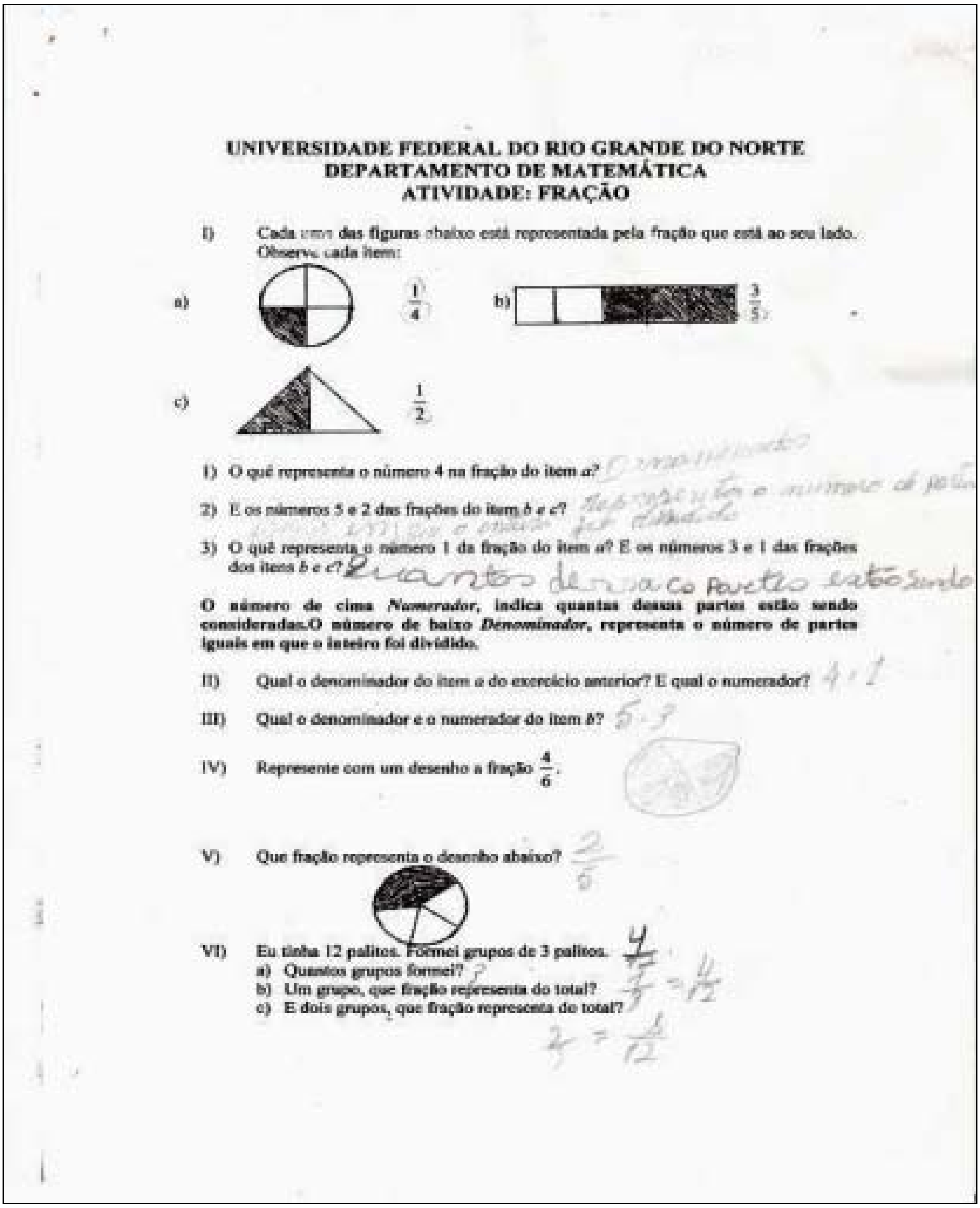
As palavras todo, inteiro e unidade significam a mesma coisa, assim, tanto faz falarmos: **Que fração é do inteiro?** **Que fração é da unidade?** **Que fração é do todo?**

8) Considere que o inteiro é o cubo grande. Utilizando o jogo do nunca dez, pegue, no material dourado a quantidade de placas, barrinhas e cubinhos necessários para representar:
   - a) 0,03
   - b) 0,3
   - c) 0,30
   - d) 0,567
   - e) 0,657
   - f) 0,002
   - g) 0,020

9) Em qual dos casos abaixo você terá mais cubinhos, ou seja, qual dos dois números é maior?
   - a) Em 0,023 ou em 0,025?
   - b) Em 0,06 ou em 0,053?
   - c) Em 0,1 ou em 0,068?
   - d) Em 0,46 ou em 0,469?

APÊNDICE D
Atividade de fração

APÊNDICE D
ATIVIDADE DE FRAÇÃO LYA E DY



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ATIVIDADE: FRAÇÃO

I) Cada uma das figuras abaixo está representada pela fração que está ao seu lado. Observe cada item:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

1) O quê representa o número 4 na fração do item *a*?

2) E os números 5 e 2 das frações do item *b* e *c*?

3) O quê representa o número 1 da fração do item *a*? E os números 3 e 1 das frações dos itens *b* e *c*?

O número de cima *Numerador*, indica quantas dessas partes estão sendo consideradas.O número de baixo *Denominador*, representa o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

II) Qual o denominador do item *a* do exercício anterior? E qual o numerador? 4 1

III) Qual o denominador e o numerador do item *b*? 5 3

IV) Represente com um desenho a fração $\frac{4}{6}$.

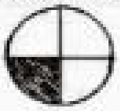
V) Que fração representa o desenho abaixo? $\frac{2}{5}$

VI) Eu tinha 12 palitos. Formei grupos de 3 palitos.
a) Quantos grupos formei?
b) Um grupo, que fração representa do total?
c) E dois grupos, que fração representa do total?

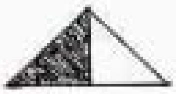
APÊNDICE D
ATIVIDADE DE FRAÇÃO ANA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ATIVIDADE: FRAÇÃO

I) Cada uma das figuras abaixo está representada pela fração que está ao seu lado. Observe cada item:

a)  $\frac{1}{4}$

b)  $\frac{3}{5}$

c)  $\frac{1}{2}$

1) O quê representa o número 4 na fração do item *a*? ELE É O DENOMINADOR QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE PARTES IGUAIS QUE FOI DIVIDIDO O INTEIRO
2) E os números 5 e 2 das frações do item *b e c*? REPRESENTA A QUANTIDADE PARTES IGUAIS QUE FOI DIVIDIDO O INTEIRO E REPRESENTA O DENOMINADOR
3) O quê representa o número 1 da fração do item *a*? E os números 3 e 1 das frações dos itens *b e c*? NUMERADOR

O número de cima *Numerador*, indica quantas dessas partes estão sendo consideradas.O número de baixo *Denominador*, representa o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

II) Qual o denominador do item *a* do exercício anterior? E qual o numerador?
É O 1 É O QUATRO

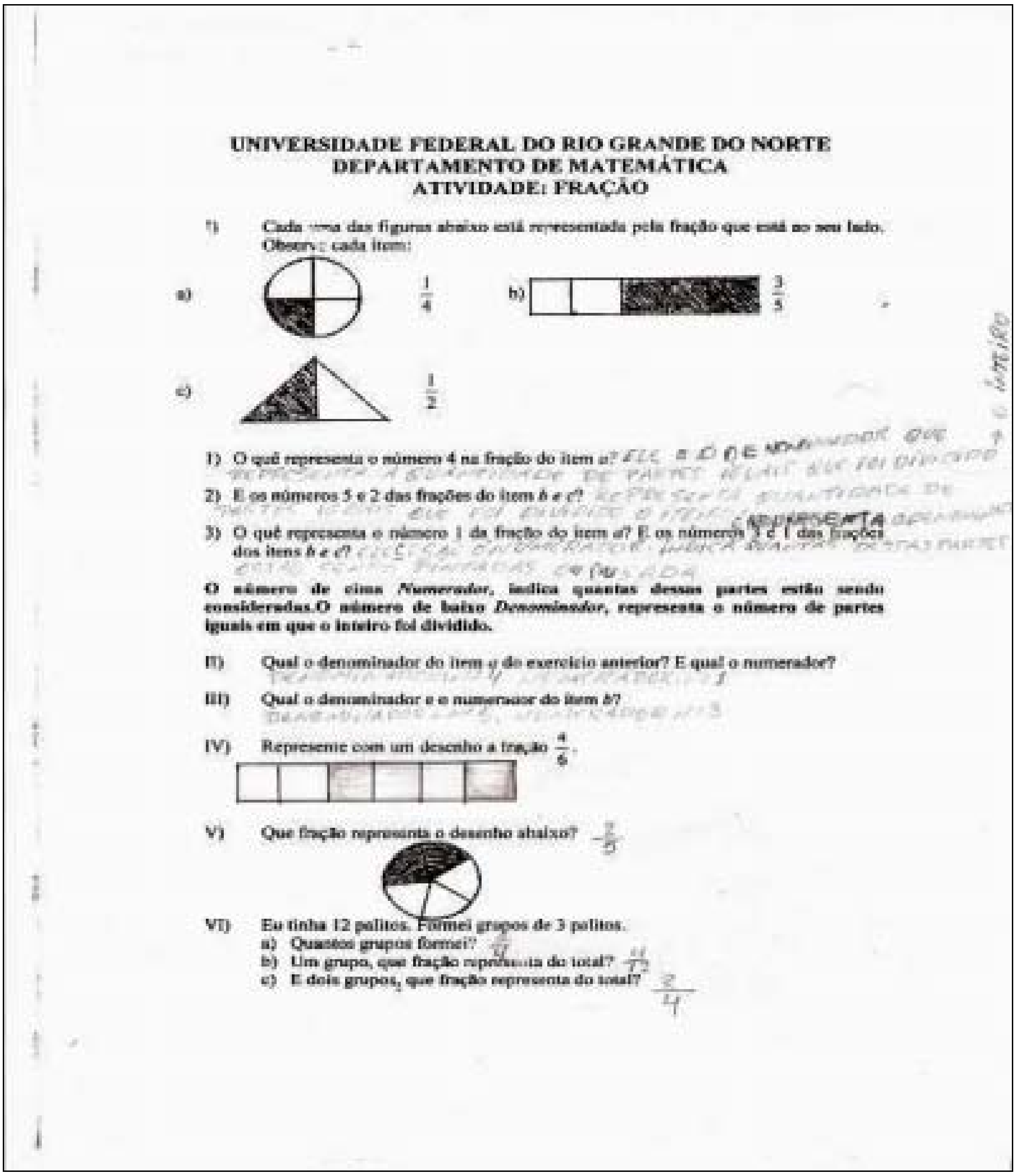
III) Qual o denominador e o numerador do item *b*?
O DENOMINADOR É O 5 E O NUMERADOR É O 3

IV) Represente com um desenho a fração $\frac{4}{5}$.

V) Que fração representa o desenho abaixo?

VI) Eu tinha 12 palitos. Formei grupos de 3 palitos.
a) Quantos grupos formei? 4
b) Um grupo, que fração representa do total? $\frac{1}{4}$
c) E dois grupos, que fração representa do total?
$\frac{2}{4}$

APÊNDICE D
ATIVIDADE DE FRAÇÃO ROSE



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ATIVIDADE: FRAÇÃO

I) Cada uma das figuras abaixo está representada pela fração que está ao seu lado. Observe cada item:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

1) O quê representa o número 4 na fração do item *a*? [illegible]

2) E os números 5 e 2 das frações do item *b* e *c*? [illegible]

3) O quê representa o número 1 da fração do item *a*? E os números 3 e 1 das frações dos itens *b* e *c*? [illegible]

O número de cima *Numerador*, indica quantas dessas partes estão sendo consideradas. O número de baixo *Denominador*, representa o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

II) Qual o denominador do item *a* do exercício anterior? E qual o numerador? [illegible]

III) Qual o denominador e o numerador do item *b*? [illegible]

IV) Represente com um desenho a fração $\frac{4}{6}$.

V) Que fração representa o desenho abaixo? $\frac{2}{5}$

VI) Eu tinha 12 palitos. Formei grupos de 3 palitos.
a) Quantos grupos formei? 4
b) Um grupo, que fração representa do total? $\frac{4}{12}$
c) E dois grupos, que fração representa do total? $\frac{2}{4}$