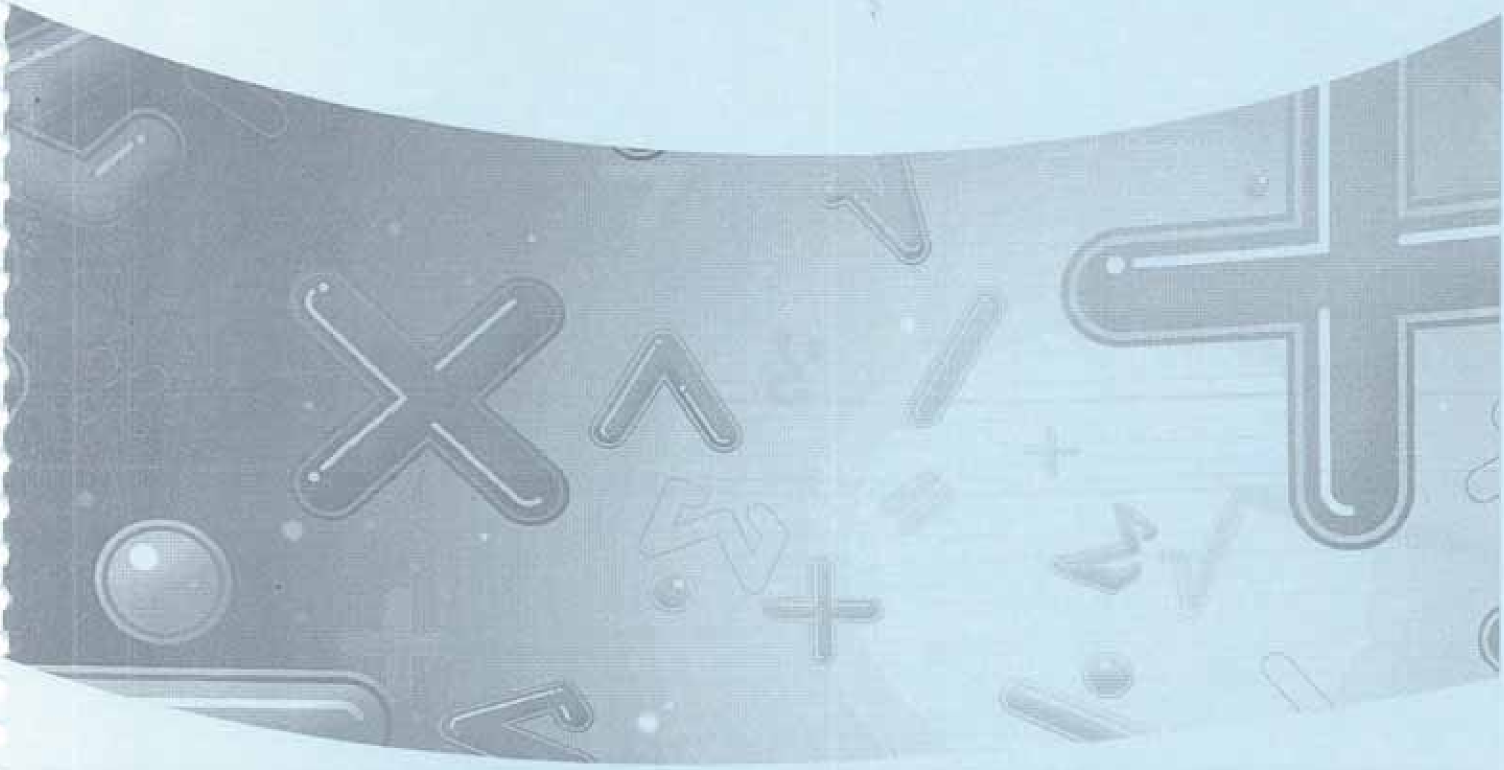
Ensino Fundamental

Bloco II - UP 3

EJA / EAD

Educação de Jovens e Adultos a Distância



Matemática

RIO PREFEITURA EDUCAÇÃO

CREJA

Centro Municipal de Referência de Educação de Jovens e Adultos

FUNDAÇÃO TROMPOWSKY

Ensino Fundamental

Bloco II - UP 3

EJA / EAD

Educação de Jovens e Adultos a Distância

Matemática

Américo Homem da Rocha Filho

Rio de Janeiro

2012

Créditos

Prefeitura da Cidade do Rio de Janeiro
Eduardo Paes

Secretaria Municipal de Educação
Claudia Costin

Subsecretaria de Ensino
Regina Helena Diniz Bomeny

Coordenadoria de Educação
Maria Nazareth de Barros Machado Vasconcelos

Gerência de Educação de Jovens e Adultos
Maria Luiza Lixa de Mendonça

Criação do Projeto Piloto
Elaboração, organização e coordenação do material de EAD
Maria Julia de Alencar Duarte
Américo Homem da Rocha Filho
Liana Maria Lopes Pinto
Lilian Gonçalves Lema
Marcos Aurélio Bassolli Alves
Margarete Oliveira Nascimento
Vera Lucia Messetti Lucas - Coordenação

Capa, Projeto Gráfico e Diagramação
Giselle Vasconcelos Pereira

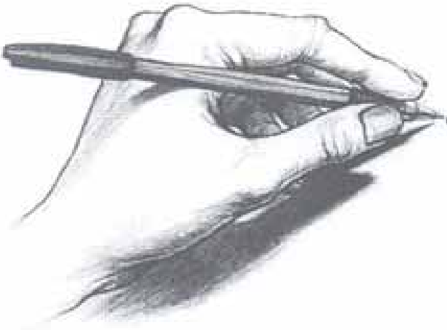
Rocha Filho, Américo Homem da.
Matemática / Américo Homem da Rocha Filho. Rio de Janeiro: FT/CREJA, 2012.
75p.

Ensino Fundamental. Bloco II - UP3. PEJA/EAD Educação de Jovens e Adultos a Distância.
ISBN:

1. Gráficos: de setores e de barras. 2. Números Racionais e Irracionais. 3. Equações do 2º grau. 4. Geometria: circunferência e círculo.

Fundação Trompowsky
Av. Rio Branco, nº 45, 23º andar,
salas 2304/2305
Centro - Rio de Janeiro - RJ
CEP: 20090-003
Tel: (21) 2283-4488

SUMÁRIO



Prezado(a) aluno(a)

É muito bom tê-lo (a) conosco cursando a Educação de Jovens e Adultos a distância.

Você está iniciando o último período do Ensino Fundamental no PEJA II. As aulas trazem os conhecimentos/habilidades que devem ser desenvolvidos na Unidade de Progressão 3.

Esse material que você está recebendo é parte de um conjunto constituído pelas disciplinas de Ciências (5 aulas), História/Geografia (4 aulas), Língua Estrangeira (4 aulas), Língua Portuguesa (5 aulas) e Matemática (4 aulas).

Você é quem vai organizar o tempo do seu estudo e deve procurar o professor/tutor sempre que necessitar de auxílio. Volte à escola para fazer as avaliações, quando tiver terminado de estudar as aulas de cada uma das disciplinas. Escolha uma disciplina de cada vez ou mais de uma para estudar e fazer a avaliação.

Um lembrete: a conclusão da Unidade de Progressão só acontecerá, após a avaliação e aprovação em todas as disciplinas da unidade e a conclusão da aula interdisciplinar.

Bons estudos!

Você vai encontrar em cada aula

» Conversa inicial
» Texto–base - Explicação sobre o conteúdo que está sendo abordado
» Exemplos
» Resumo
» Atividades avaliativas
» Gabarito
» Saiba mais - outras fontes de informação para consultar
» Bibliografia

Guia de Estudo

Para que seu estudo seja eficiente, sugerimos que você:

» Leia com atenção os textos;
» Realize todos os exercícios propostos, se possível sem consultar o texto;
» Confira, em seguida, suas respostas com as que são apresentadas na aula;
» Releia a aula e refaça os exercícios, caso não se sinta seguro para fazer sua avaliação na escola.
» Aprofunde seus conhecimentos em outras fontes sugeridas em cada aula.

AULA 1

GRÁFICOS: DE SETORES E DE BARRAS

Lápis e papel na mão...
Vamos coletar, organizar e
descrever informações, e construir gráficos.

Meta

Reconhecer a importância da construção e interpretação dos gráficos.

O que você deve alcançar

Esperamos que ao final desta aula, você seja capaz de:

» Identificar diferentes formas de coletas de dados.

» Coletar dados utilizando diferentes processos.

» Construir gráficos: de setores e de barras.

» Ler, analisar, interpretar e sintetizar as informações transmitidas por gráficos.

Para avançar nessa aula

» É importante conhecer bem as operações com frações, porcentagens, regra de três e graus.

» E também saber utilizar o transferidor e o compasso.

Conversa Inicial

Você percebeu como Calvin "adora" Matemática! Quais seriam os motivos para uma criança ter esse "ódio" por uma determinada matéria? A escola? O professor? A matéria é realmente muito difícil?

Estatística - Parte da matemática em que se investigam processos de obtenção, organização e análise de dados.

É cada vez mais frequente a necessidade de se compreender as informações mostradas pelos meios de comunicação, tais como jornais, revistas, internet e televisão. Dessa forma torna-se indispensável a qualquer cidadão nos dias de hoje, ter conhecimentos básicos em **Estatística**, analisar um gráfico do tipo: Qual o índice de analfabetismo no Brasil? Quantos alunos cursaram o EJA em 2011? Qual o número de desempregados no país? Essas respostas geralmente são dadas em forma de gráficos, que é uma representação de um dado estatístico. Os veículos de informação hoje estão repletos de gráficos e tabelas, pois esse formato gera um impacto maior pela sua apresentação, pela sua organização e pela associação dos números com as dimensões geométricas. Esta aula vai trabalhar noções iniciais de estatísticas que podem ser desenvolvidas por você, que incluem coleta, representação e análise das informações de uma pesquisa.

TEXTO BASE

Começando

Você que já estudou regra de três, ângulos, porcentagem e gráficos, poderá agora analisar e construir gráficos de setores (conhecido como gráfico de "pizza") e de barras.

Esses gráficos estão muito presentes nos jornais, revistas, livros e na internet e são uma excelente forma de representar graficamente aspectos da realidade, dados estatísticos, resultados de uma pesquisa e outras situações que envolvem "as partes" e o "todo" de uma amostra analisada.

Atividade Resolvida

Observe o gráfico de setor abaixo que representa a amostra da situação funcional de 200 empregados entrevistados de uma empresa:

Agora pense sobre o que você vê e responda :

a) Qual a quantidade de empregados que atuam na área técnica, isto é, quanto é 50% de 200 empregados?

b) Qual a quantidade de empregados da área de recursos humanos?

c) E a quantidade de diretores?

d) Qual é o maior percentual apresentado no gráfico? Justifique a sua resposta.

Resposta Comentada

Na letra **a**, é só lembrar que 50% é metade, então 50% de 200 é igual a 100 empregados (200 dividido por 2).

Na letra **b**, observando o gráfico, temos que 10% dos empregados trabalham na área de recursos humanos, que é um percentual bastante fácil de descobrir, lembrando que corresponde a um décimo, que é o mesmo que dividir por 10, que é igual a 20 empregados(200 dividido por 10).

Na letra **c**, temos que calcular o número de diretores, que depois de observar o gráfico, sabemos que é de 5%. Se você calculou 10% na letra b, acima, para chegarmos a 5%, que é a metade, temos que dividir por 2 o valor encontrado, que é igual a 10 empregados (20 dividido por 2).

Na letra **d**, é bem fácil identificar que a parte vermelha é a maior, que corresponde a 50% dos empregados, que são a maioria, o que é normal em todas as empresas que produzem ou montam algum produto.

Importante

A construção de gráficos de setores implica em transformar porcentagens em graus, pois os setores são desenhados em um círculo que possui 360° (trezentos e sessenta graus). Na construção de gráficos de setores devemos nos preocupar muito com a conversão de porcentagem em ângulos, ou seja, por exemplo, 100% no gráfico correspondem a 360°, que é o círculo inteiro.

Se for 50% no gráfico corresponde a metade do círculo inteiro que é 180°. E se tivéssemos 25% no gráfico corresponderia a 90°, que é a quarta parte de 360°.

Atividade

Vamos pesquisar! Pegue jornais e revistas diferentes, procurem reportagens com gráficos. Encontrou? Tente localizar a fonte e o assunto relativo as informações apresentadas. O que você entendeu dos gráficos analisados? Foi tranquila a leitura desses gráficos?

Construindo

Vamos agora exemplificar: em uma sala de aula temos 30 homens e 10 mulheres. O total de alunos é 30 + 10 = 40, que representa 100% dos alunos em sala de aula. Certo?

Os homens são 30 de um total de 40, que equivale a 30/40 que na verdade é a divisão de 30 por 40, que é igual a 0,75, que corresponde a 75%.

Já as mulheres são 10 de um total de 40, o que equivale a 10/40 que é a divisão de 10 por 40, que é igual 0,25, que corresponde a 25%.

Homens	75%
Mulheres	25%
Total	100%

Logo, se 100% equivale a 360°(que é todo o círculo) então 25%, que é a quarta parte, equivale a quarta parte de 360° que é 90°. Assim, utilizando a regra de três para as mulheres, fica:

100% ———————— 360°

25% ———————— x

$$\frac{100\%}{25\%} = \frac{360°}{x}$$

$$100.x = 360.25$$

$$100x = 9000$$

$$x = \frac{9000}{100}$$

$$x = 90°$$

O mesmo para os homens

100% ———————— 360°

75% ———————— x

$$\frac{100\%}{75\%} = \frac{360°}{x}$$

$$100.x = 360.75$$

$$100x = 27000$$

$$x = \frac{27000}{100}$$

$$x = 270°$$

O gráfico fica assim:

Projeto Saúde

Vamos analisar o IMC (índice de massa corporal) de seus familiares ?

Atualmente há uma grande preocupação em alertar e esclarecer sobre o risco que a obesidade traz para a saúde da população. Considerando a preocupação da sociedade diante dessa tendência, trazemos essa discussão para a aula de matemática, com o objetivo de aplicar os conceitos de porcentagem, bem como o de explorar a construção de gráficos e a leitura/interpretação dos mesmos, utilizando para isso o cálculo do Índice de Massa Corpórea (IMC), tal qual recomendado pela OMS (Organização Mundial de Saúde) para avaliar o grau de obesidade.

A atividade abaixo consiste em construir um gráfico de setores a partir das porcentagens das pessoas classificadas nas categorias de obesidade segundo seu IMC.

O IMC deve ser calculado dividindo-se o peso da pessoa em quilogramas (kg) pela sua altura em metros (m) elevada ao quadrado.

$$\text{IMC} = \frac{\text{Peso (Kg)}}{[\text{Altura (m)}]^2}$$

O valor obtido, quando comparado à classificação abaixo, estabelece o grau de risco e o tipo de obesidade.

IMC (Kg/m^2)	Grau de Risco	Tipo de Obesidade
18 a 24,9	Peso Saudável	Ausente
25 a 29,9	Moderado	Sobrepeso (pré-obesidade)
30 a 34,9	Alto	Obesidade Grau I
35 a 39,9	Muito Alto	Obesidade Grau II
40 ou mais	Extremo	Obesidade Grau III ("mórbida")

Escolha algumas pessoas de sua família. Construa conforme o modelo abaixo.

Para a próxima etapa você vai construir uma tabela com nome, peso, altura e IMC de cada pessoa. Coloque o número de linhas necessários de acordo com o número de pessoas escolhidas.

Ex: $(1,57)^2 = 2,4649$

$68 : 2,4649 = 27,587326$

Arredondando para uma casa decimal, temos: 27,6

Nome	Peso (Kg)	Altura (m)	IMC (Kg/m^2)
Ex: Dona Maria (mãe)	68	1,57	27,6
FILHA	35	1.55	14.5
FILHA	47	1.57	19.5
ESPOSO	76	1.65	28.1
PAULO	80	1.72	27.5

Para completar a tabela, seria bom e facilitaria bastante se você usasse uma calculadora.

Kg: é a abreviatura de quilograma.

Casas decimais: ficam após a vírgula

Vamos ver um exemplo, se sua mãe pesa 64 **kg** e tem 1,65 m de altura. Você primeiro multiplica 1,65 x 1,65 que é igual a 2,7225, é o que aparecerá no visor da calculadora. Pegue uma calculadora e confirme. Vamos desprezar as três últimas **casas decimais** e ficar só com o 2,7. Em seguida você vai dividir 64 por 2,7 que é igual a 23,703703. Não foi isso que apareceu no visor de sua calculadora? Considerando apenas uma casa decimal, ficamos com o 23,7.

Consultando a tabela acima constatamos que sua mãe tem um peso saudável e nenhum tipo de obesidade. Você vai fazer isso com o peso e a altura de todas as pessoas e preencher a tabela.

Completada a tabela nominal, você tem que calcular os percentuais de pessoas classificadas em cada grau de risco de obesidade. Podemos usar uma fórmula para isso:

$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{N} \cdot 100}{\mathrm{T}}$$

Em que **X** é o percentual de pessoas em cada grau de risco, o **N** é a quantidade de pessoas em cada grau de risco e **T** é o total de pessoas pesquisadas.

Por exemplo, você fez a sua pesquisa com 18 pessoas, logo **T = 18** e se o número de pessoas com peso saudável for 10, **N = 10**, você multiplica 10 por 100 e divide por 18, encontrando 55,555555 na sua calculadora, mas considere **55%**, ignore as casas decimais.

Na próxima etapa, temos que descobrir o ângulo de cada setor a partir das percentagens encontradas, utilizando a regra de três simples, veja o exemplo:

$$100\% \text{ ——————— } 360^\circ$$
$$55\% \text{ ——————— } y$$

$$\frac{100\%}{55\%} = \frac{360^\circ}{y}$$

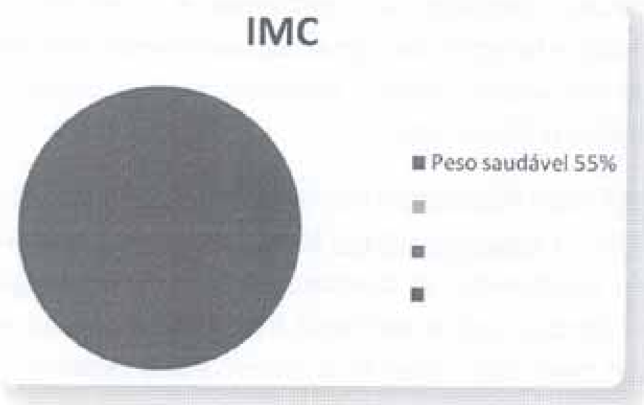
$$100.y = 360.55$$

$$100y = 19800$$

$$y = \frac{19800}{100}$$

$$y = 198^\circ$$

Agora pegue o transferidor e marque no círculo o ângulo de 198°.



Complete a tabela abaixo com os percentuais encontrados e escolha uma cor para cada grau de risco. E marque com o transferidor os ângulos correspondentes a cada grau de risco.

Percentual de pessoas em cada grau de risco	Cor
Peso Saudável (55%)	Azul
Moderado (__%)	
Alto (__%)	
Muito Alto (__%)	
Extremo (__%)	

Lembre-se isso foi apenas um exemplo, você vai construir a sua tabela com os dados coletados!

Depois de pronto você vai poder analisar como anda a saúde de sua família, e quem sabe, fazer uma reeducação alimentar para que todos possam ter uma vida mais saudável. Bom trabalho e muita saúde!

Outro Exemplo

A qualidade de vida é uma preocupação mundial crescente. Cada vez mais os problemas do planeta e da própria sobrevivência do ser humano estão sendo discutidos. No Brasil, o Censo de 2000 revelou melhoria no saneamento básico,no abastecimento de água e no esgoto sanitário. Mas ainda temos problemas com o lixo, por exemplo.

Você Sabia...

» Uma pessoa produz cerca de ½ kg de lixo por dia! Você tem noção do que isso significa? Meio quilo de lixo por dia!

» Se os produtos da decomposição do lixo não são tratados, podem trazer grandes prejuízos ao ambiente e à saúde humana, contaminando o solo e lençóis de água subterrâneos, intensificando as consequências do efeito estufa servindo como atrativos para animais que transmitem doenças?

» O "aterro controlado" é um lixão sem tratamento, coberto periodicamente com terra e entulho? O aterro sanitário tem coleta e tratamento para o chorume (líquido produzido na decomposição do lixo orgânico) e para o gás metano gerado pelos resíduos? E que os lixões não recebem tratamento nenhum, nem são cobertos e ficam a céu aberto?

Lençóis de água subterrâneos: é toda a água que ocupa os espaços vazios embaixo da terra.

Efeito Estufa: Serve para manter o planeta aquecido, e assim, garantir a manutenção da vida.

Gráfico de Barras

Analise o gráfico de barras abaixo e responda às questões.

a) Em que local foi depositado o maior volume de lixo em termos proporcionais?

b) Qual o percentual de volume de lixo depositados em aterros controlados?

c) Qual o percentual total de volume de lixo depositado nos aterros sanitários e nos aterros controlados?

Resposta Comentada

a) São nos aterros sanitários, com aproximadamente 47%.

b) Já nos aterros controlados são aproximadamente 22%.

c) Somando os dois percentuais, 47% + 22% = 69%, aproximadamente.

Atividade Prática

Agora é a sua vez. Você vai construir o gráfico de setores referente ao gráfico de barras que acabamos de analisar. Utilize compasso, transferidor, régua e até uma calculadora, se achar necessário. As porcentagens que aparecem, você vai transformá-las em graus. Por exemplo, no caso dos aterros sanitários, 47%, usando a regra de três:

100%———————— 360°

47%———————— x

RESUMO

Nesta aula começamos falando da importância dos gráficos no nosso dia a dia, de como é necessário que saibamos como eles podem ser lidos e interpretados, já que aparecem diariamente nos jornais, nas revistas, na TV e na internet.

Você durante a leitura e estudo da aula deve ter observado que podem ser utilizados vários processos para coletar dados sobre questões relevantes para nossa vida e como esses dados podem ser transformados em gráficos.

Você aprendeu a construir um gráfico de setores e de como é importante a regra de três para a construção dele. Também aprendeu que para construir um gráfico de setores é necessário transformar as porcentagens em graus, já que esse tipo de gráfico utiliza-se do círculo, que tem 360°.

Aprendeu também a ler, interpretar e analisar um gráfico de barras e estudou como ele pode ser transformado em um gráfico de setores.

E agora ? Tudo está claro para você? Caso ainda restem dúvidas, volte com atenção, releia a aula e refaça os exercícios.

Exercícios Complementares

Nestes exercícios vamos revisar tudo o que foi visto nessa aula.

1) Usando a regra de três, transforme os percentuais em graus, como no exemplo.

Se eu quero saber quantos graus corresponde 20%.

100%———360°

20%——— x

$\frac{100}{20} = \frac{360}{x}$

Multiplicando cruzado...temos que...

100.x = 20.360

100x = 7200

$X = \frac{7200}{100}$

X = 72°

Agora é com você...

a) 10% = 360 °

b) 30% = 108 °

c) 50% = 180 °

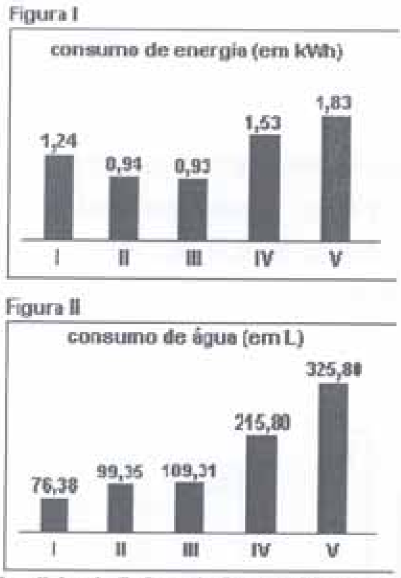
d) 80% = 288 °

e) 85% = 306 °

2) Em uma escola estão matriculados 500 alunos, desses, 300 são meninas. Como ficaria representado em percentuais em um gráfico de setores essa quantidade de meninas em relação ao total de alunos da escola?(marque com x a única opção correta)

a)30% b) 40% c) 50% d) 60% e) 75%

3) ENEM 2007



Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (com adaptações)

ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).
É aplicado em todo Brasil, servindo como acesso a Universidade.

As figuras apresentam dados referentes aos consumos de energia elétrica e de água relativos a cinco máquinas industriais de lavar roupa comercializadas no Brasil. A máquina ideal, quanto a rendimento econômico e ambiental, é aquela que gasta, simultaneamente, menos energia e água. Com base nessas informações, conclui-se que, no conjunto pesquisado:

a) quanto mais uma máquina de lavar roupa economiza água, mais ela consome energia elétrica.

b) a quantidade de energia elétrica consumida por uma máquina de lavar roupa é inversamente proporcional à quantidade de água consumida por ela.

c) a máquina I é ideal, de acordo com a definição apresentada.

d) a máquina que menos consome energia elétrica não é a que consome menos água.

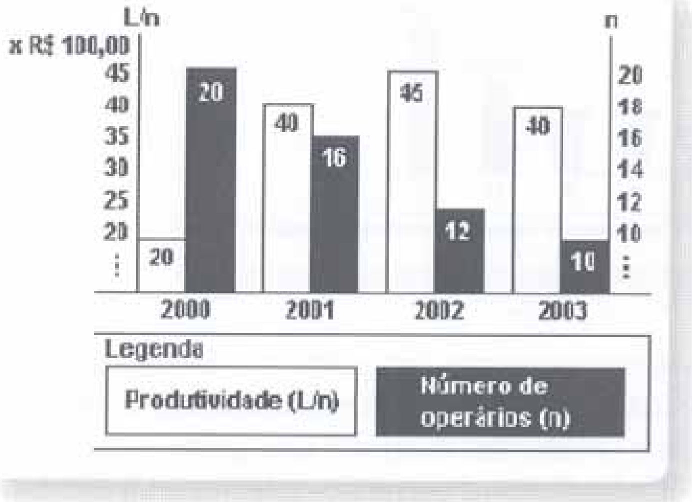
e) a máquina que mais consome energia elétrica não é a que consome mais água.

4) ENEM 2004

As empresas querem a metade das pessoas trabalhando o dobro para produzir o triplo.

(Revista "Você S/A", 2004)

Preocupado em otimizar seus ganhos, um empresário encomendou um estudo sobre a produtividade de seus funcionários nos últimos quatro anos, entendida por ele, de forma simplificada, como a relação direta entre seu lucro anual (L) e o número de operários envolvidos na produção (n). Do estudo, resultou o gráfico a seguir.



Ao procurar, no gráfico, uma relação entre seu lucro, produtividade e número de operários, o empresário concluiu que a maior produtividade ocorreu em 2002, e o maior lucro:

a) em 2000, indicando que, quanto maior o número de operários trabalhando, maior é o seu lucro.

b) em 2001, indicando que a redução do número de operários não significa necessariamente o aumento dos lucros.

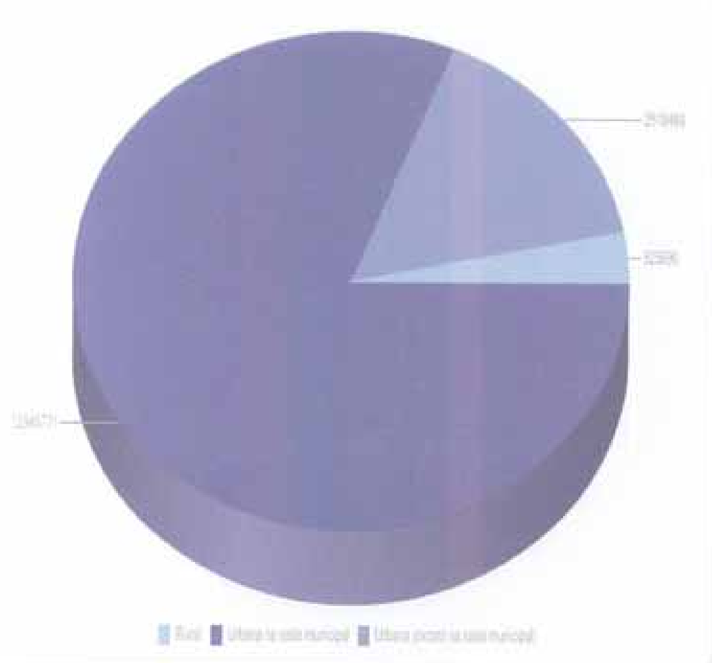
c) também em 2002, indicando que lucro e produtividade mantêm uma relação direta que independe do número de operários.

d) em 2003, devido à significativa redução de despesas com salários e encargos trabalhistas de seus operários.

e) tanto em 2001, como em 2003, o que indica não haver relação significativa entre lucro, produtividade e número de operários.

5) Observe o gráfico e responda:

População urbana, rural e urbana na sede municipal, segundo as Unidades da Federação – 2010 (RJ)



Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010.

Sede Municipal - A capital do Estado, o Município do Rio de Janeiro.

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Censo Demográfico: Processo periódico de coleta de dados de uma população.

a) Podemos afirmar que a maioria(mais do que 50%) da população do estado do Rio de Janeiro vive na área urbana?

b) Que a área rural é habitada por uma parcela muito pequena da população(menos de 10%)?

c) E que os habitantes que residem na área urbana a maioria está na capital(sede municipal)?

Usando a regra de três para transformarmos os percentuais em graus.

- **Nos aterros sanitários:**

  100%--------------------360°
  47%-----------------------x

  $$X = \frac{47 \times 360}{100}$$

  $$X = \frac{16920}{100}$$

  X = 169,20

  Vamos considerar x = 169°

- **Nos lixões:**

  100%--------------------360°
  31%-----------------------x

  $$X = \frac{31 \times 360}{100}$$

  $$X = \frac{11160}{100}$$

  X = 111,60

  Vamos arredondar para 112°

- **Nos aterros controlados:**

  100%--------------------360°
  22%-----------------------x

  $$X = \frac{22 \times 360}{100}$$

  $$X = \frac{7920}{100}$$

  X = 79,20

  Vamos considerar x = 79°

GABARITO

Exercícios Complementares

1)

a) 100%------------360°

10%------------ x

$\frac{100}{10} = \frac{360}{x}$

100.x = 10.360

100x = 3600

$X = \frac{3600}{100}$

X = 36°

b) 100%------------360°

30%------------ x

$\frac{100}{30} = \frac{360}{x}$

100.x = 30.360

100x = 10800

$X = \frac{10800}{100}$

X = 108°

c) Ora, 50% representa a metade. Logo, 50% de 360° é igual a 180°

d) 100%------------360°

80%------------ x

$\frac{100}{80} = \frac{360}{x}$

100.x = 80.360

100x = 28800

$X = \frac{28800}{100}$

x = 288°

e) 100%————360°

85%———— x

$$\frac{100}{85} = \frac{360}{x}$$

100.x = 85.360

100x = 30600

$$X = \frac{30600}{100}$$

X = 306°

2) $\frac{300}{500} = 0{,}60$, que corresponde a 60%, letra **d**

3) A resposta correta é a letra **d**. Observe que a máquina que menos consome energia é a III. Contudo ela consome mais água que as máquinas I e II.

4) Do gráfico apresentado concluímos que LUCRO = PRODUTIVIDADE X NÚMERO DE OPERÁRIOS. Vamos então, calcular o lucro deste empresário em cada um desses anos:

2000 → Lucro = 20 x 20 = 400

2001 → Lucro = 40 x 16 = 640

2002 → Lucro = 45 x 12 = 540

2003 → Lucro = 40 x 10 = 400

Logo o maior lucro ocorreu em 2001. Resposta letra **b**.

5)

a) sim, pois 12945771 é muito mais do que 50% da população do estado

b) sim, pois 525690 é menos do que 10% da população do estado

c) sim, mesma justificativa da letra a.

REFERÊNCIAS

Apostila PEJA II – Matemática – Bloco II – UP III

www.ibge.gov.br

Provas do ENEM (2004 e 2007)

Dicionário Aurélio 2009

Para Saber Mais...

www.somatematica.com.br
www.matematicavirtual.com.br

AULA 2

Números Racionais e Irracionais

Mas... O que é um número racional?

E irracional, você já ouviu falar?

Meta

Reconhecer as diferentes representações dos números racionais e Irracionais.

O que você deve alcançar

Esperamos que ao final desta aula, você seja capaz de:

» Identificar e distinguir as diferentes formas de representações dos números racionais e dos números irracionais.

» Diferenciar número racional e número irracional.

» Representar números racionais e irracionais na reta numérica.

Para avançar nessa aula

» É importante conhecer bem as quatro operações, as frações e suas representações.

Conversa Inicial

A humanidade precisou usar outros números além dos números naturais.

A criação dos números racionais foi uma necessidade do homem de medir e repartir. Os números racionais na forma de frações ou na forma de números decimais são responsáveis por muitas das dificuldades que as pessoas têm, durante toda a vida, com a Matemática. Como utilizamos esses números no nosso dia a dia? Quando entendemos sua utilidade e necessidade tudo fica mais fácil, você não acha? Então vamos lá...

TEXTO BASE

Um pouco de história...

Um certo dia um professor de matemática perguntou para uma turma de adolescentes:

- O que é um número racional?

Depois de alguns segundos de silêncio, um jovem, muito corajoso, levantou o braço e disse:

- Professor, número racional é o número que "pensa"...

Sem sombra de dúvidas, toda a turma e, até mesmo, os seus melhores amigos caíram na gargalhada, pela resposta do colega.

O professor deixou os ânimos da turma se acalmarem e o defendeu:

- Gente, de certa forma ele está com um pouco de razão...

Continuou percebendo que a turma, nesse momento, ficara um tanto curiosa com a defesa do mestre:

Analogia: ponto de semelhança entre coisas diferentes.

Razão: permite se chegar a uma decisão ou conclusão, o raciocínio.

- Com certeza o colega de vocês fez uma **analogia** ao que ele deve ter aprendido em ciências a respeito do "animal racional", que é o nosso caso: somos seres humanos... nós somos dotados de uma capacidade de fazer uso da **razão** que os outros animais não têm...

Continuou o professor:

- Nós podemos, com o uso da razão, fazer muitas escolhas nas nossas vidas... podemos "separar" ou "dividir" as coisas que fazemos, que vamos fazer ou que fazem conosco, coisas boas ou ruins, certas ou erradas, verdadeiras ou falsas, sempre buscando a melhor forma de viver...

Outro aluno salientou em tom de risada:

Filosofia: conjunto de concepções, práticas ou teóricas, acerca do ser, dos seres, do homem e de seu papel no universo.

- Ô professor, isso está parecendo aula de **filosofia**...

O professor comentou sobre a sua ironia:

- Isso mesmo, você é demais, garoto! Isso tem tudo a ver com filosofia... vocês sabiam que os filósofos gregos que buscavam essas reflexões sobre a razão, na Grécia do século IV antes de Cristo, eram quase todos matemáticos?

Todos ficaram surpresos, e o professor continuou com a sua explicação:

- Se para a filosofia e para a ciência raciocinar significa fazer uso da razão, ou seja, basicamente "dividir/separar" o certo do errado, na matemática **a razão entre dois números é a/b**, quer dizer: **a** dividido por **b**. Logo, um número racional é todo número que expressa uma razão, uma divisão entre dois números inteiros, que pode ser expresso na forma de uma **fração**. Um exemplo disso é a razão entre 2 e 3 que pode ser expressa como 2/3 (dois terços) ou na forma decimal 0,66666... (que seria a divisão de 2 por 3) compreenderam?

A turma aceitou o seu argumento e, mesmo sem pedir desculpas ao corajoso colega, continuou a questionar sobre os filósofos gregos, sobre os números racionais, e a aula teve um momento especial de descobertas e debates...

O Conceito

Número racional é todo número que pode ser ou que está escrito na forma de razão, ou seja, na forma de fração ou sua forma mais usual como número decimal.

Exemplo

0,5 é um número decimal que pode ser escrito na forma de fração que é **5/10** ou, simplificando, **1/2**.

Quando tiramos "meio" em uma questão de prova como o professor escreve?

É na forma 0,5? Quando estamos escrevendo uma receita onde aparece "meio" quilo de farinha, registramos ½ kg de farinha e não 0,5 de farinha.

Essas duas representações do número racional "meio" (0,5 e ½) significam a mesma coisa. Porém em contextos diferentes usamos representações diferentes para cada situação... mas todas as duas significam "a metade de alguma coisa"....

As frações aparecem escritas nesse parágrafo dessa forma: ½ e 5/10. Que são, respectivamente, a mesma coisa que: $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$.

Como vimos, um número racional pode ser escrito de formas diferentes.

Vamos ver alguns exemplos

Como os números racionais são números que são escritos na forma de fração ou de razão, podemos verificar que os números decimais abaixo podem ser escritos como fração:

1°) 0,3 = 3/10 (três décimos)

2°) 0,25 = 25/100 (vinte e cinco centésimos) ou simplificando por 25, temos ¼

3°) $3{,}841 = 3\frac{841}{1000}$ (três inteiros e oitocentos e quarenta e um milésimos) ou $\frac{3841}{1000}$

Vocês repararam que quando há uma casa decimal, temos "décimos", duas casas decimais, "centésimos" e três casas decimais, "milésimos"....

Como podemos perceber, os números decimais acima mencionados foram transformados em números fracionários, logo são racionais...

Dízima periódica - é um número que quando escrito no sistema decimal apresenta uma série infinita de algarismos decimais que, a partir de um certo algarismo, se repetem em grupos de um ou mais algarismos, ordenados sempre na mesma disposição e chamados de período.

E as **dízimas periódicas** são números racionais? Podem ser escritas na forma de fração? Vamos ver outros exemplos:

1°) no caso do número **0,55555....** o número "**5**" é o período, ou seja, é o algarismo que se repete "infinitas vezes" a forma de fração para esse número é $\frac{5}{9}$ onde o algarismo **9** no denominador aparece **uma única vez** porque o período possui apenas um algarismo (5), veja outro exemplo:

2°) no caso do número **0,343434....** o "**34**" é o período, ou seja, são os algarismos que se repetem "infinitas vezes" a forma de fração para esse número é $\frac{34}{99}$ onde o algarismo **9** no denominador aparece **duas vezes** porque o período possui dois algarismos (34), veja outro exemplo:

3°) no caso do número **0,267267267....** o "**267**" é o período, ou seja, são os algarismos que se repetem "infinitas vezes" a forma de fração para esse número é $\frac{267}{999}$ onde o algarismo **9** no denominador aparece **três vezes** porque o período possui três algarismos (267).

Compreendeu? Agora, é daí por diante: se o período tiver 5 algarismos, o denominador será 99999....

Curiosidade

O que surgiu primeiro, o número decimal ou a fração?

Gregos - Povo que habitou a região da atual Grécia (Europa).

Egípcios - Povo que habitou a região do atual Egito(África).

Os **gregos** assim como os **egípcios** não possuíam unidades de medidas padronizadas. Sendo assim, eles usavam relações de medidas com nós em barbantes representados sempre com frações... centenas de anos depois, com o surgimento do sistema monetário e o sistema métrico, as pessoas começaram a utilizar "os números com vírgulas" para simplificar as medidas fracionárias, como por exemplo:

Se uma melancia custa R$ 1,00 e o comprador não deseja comprá-la toda, mas sim a metade da mesma, quanto pagaria? "*Meio real*"?

Neste sentido, começaram a representar os "centavos", ou seja, R$ 0,50 que é a metade de R$ 1,00... e assim por diante...

Atividade Resolvida

Um jogador de basquete decidiu fazer a seguinte experiência:

Ao soltar a bola, após cada quique, a altura máxima que a mesma atinge, é sempre a metade da altura anterior.

Responda:

a) Com relação à altura inicial (que não é o quique) de 1 metro, dê as frações correspondentes às alturas máximas atingidas após o ...

1° quique: 1/2

2° quique: 1/4

3° quique: 1/8

Lembre-se que a metade de ½ é ¼, e que a metade de ¼ é 1/8. Imagine você partindo uma deliciosa pizza...

b) Agora com o uso da calculadora, continue transformando essas frações em decimais:

Você tem que dividir 1 por 2, 1 por 4 e 1 por 8...

	1° Quique	**2° Quique**	**3° Quique**
Fração			
Decimal			

O que você encontrou no 2° quique? Foi .... E no 3° quique? Foi ....

Mas todos os números são racionais?

Será que podemos escrever todos os números na forma de uma fração? Será que todos os números são racionais? Então quem são esses números irracionais? Irracionais devem ser aqueles números que não podem ser escritos em forma de fração! Certo? Mas que números são esses?

Exemplo: O número real abaixo é um número irracional, embora pareça uma dízima periódica:

X = 0,10100100010000...

Observe que o número de zeros após o algarismo 1 aumenta a cada passo.
Existem infinitos números reais que não são dízimas periódicas e o número irracional mais conhecido e importante, é:

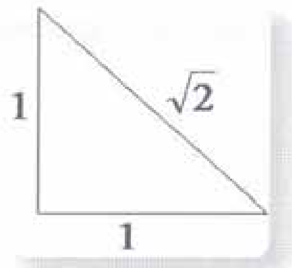
π (pi) = 3,14159265358979323846264 3...

π - Se lê pi, letra grega, foi adotada para o número a partir da palavra grega para perímetro, "περίμετρος", provavelmente por William Jones em 1706.

Ele, o π é utilizado nas mais diversas aplicações práticas como: cálculos de comprimento, áreas, volumes, etc...

O surgimento destes números veio de um antigo problema que **Pitágoras** se recusava a aceitar os números irracionais, que era o cálculo da diagonal de um quadrado, cujo lado mede 1 unidade, diagonal esta que mede $\sqrt{2}$. Este número deu início ao estudo de um novo conjunto, representado pelos números irracionais. Você calcula essa diagonal usando o Teorema de Pitágoras.

Pitágoras - foi um filósofo e matemático grego que nasceu em Samos entre cerca de 570 a.C. e 571 a.C.



Teorema de Pitágoras - A soma dos quadrados dos catetos é igual a soma do quadrado da hipotenusa.

Hoje em dia, pensamos: "Nossa, mas encontrar o valor de $\sqrt{2}$ é tão fácil, basta usarmos a calculadora". Entretanto, na época em que começaram estes estudos, não existiam as calculadoras, você tem ideia de como seria achar uma raiz quadrada que não fosse exata?

$\sqrt{2}$ = 1,4142135...

Quadrado perfeito - é um número inteiro não negativo que pode ser expresso como o quadrado de um outro número inteiro. Ex: 1, 4, 9,...

Todas as raízes quadradas de números naturais que não sejam **quadrados perfeitos**, isto é, **se a raiz quadrada de um número natural não for inteira, é irracional.**

Logo são irracionais, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{n}$, com ***n*** natural e ***n*** de um quadrado perfeito. São números representáveis por dízimas infinitas não periódicas.

Curiosidade

Você sabe por que a letra que representa os números racionais é a letra Q?

Como dissemos anteriormente, o número racional é a razão entre dois números inteiros...Mas razão não é a mesma coisa que divisão?

Como resolvemos uma divisão pelo seu algoritmo?

$$\begin{array}{c|l} \mathbf{D} & \mathbf{d} \\ \hline r & q \end{array}$$

O que significa cada letra do esquema?

D = dividendo (o que é dividido)

d = divisor (o que divide)

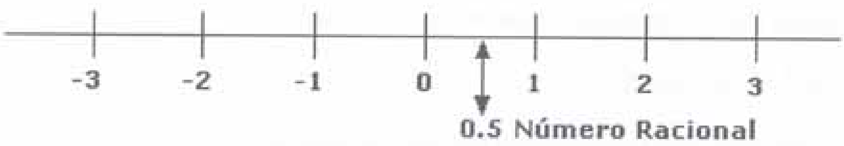
r = resto da divisão

q = quociente (resultado da divisão)

Pois é isso... **q** é o **quociente da divisão** (do inglês "***quocient***") representa os números fracionários oriundos de uma divisão...

Continuando

Podemos considerar que os números racionais englobam: todos os números inteiros e englobam os números que ficam situados nos intervalos entre os números inteiros.

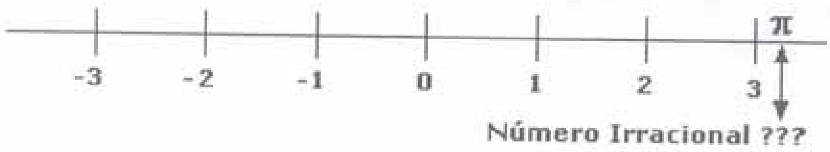


Todos os números representados na reta são racionais.

O conjunto de números racionais pode ser representado por:

Q= {a/b | **a** ∈ Z (é inteiro) e **b**∈Z(é inteiro), onde b ≠ 0}

Quando a divisão de dois números tem como resultado um número com infinitas casas depois da vírgula que não se repetem periodicamente, obtemos um número chamado de irracional. Não é possível situar um número irracional como um ponto numa reta, pois você não sabe exatamente onde ele ficaria, pois não é um decimal exato. Apenas localizamos esse número na reta por aproximação, fazendo um arredondamento desse número.



O número irracional mais famoso é o pi (π), inicial da palavra grega que significa periferia ou circunferência. Com o uso de computadores, os matemáticos conseguiram descobrir mais de 1 bilhão de casas após a vírgula para o número π.

RESUMO

Nessa aula vimos que as frações e os números decimais surgiram por uma necessidade do homem em medir e repartir. E que um número racional é todo número que pode ser escrito em forma de fração. E que nem todos os números podem ser escritos na forma de fração, esses são irracionais, como por exemplo, algumas raízes quadradas, as que não são exatas, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$,...O π(pi) que podemos dizer, que é o número irracional mais "famoso".

Você viu como localizar esses números na reta, no caso dos irracionais, aproximadamente... Se você teve alguma dúvida releia a aula e refaça os exercícios...

Exercícios Complementares

1) Escreva os números decimais na forma de frações:

a) 0,8 =___________

b) 0,34 = ___________

c) 1,523 = ___________

d) 0,212121...=___________

e) 0,987198719871...=___________

f) 0,012012012...=___________

2) Agora escreva as frações na forma de números decimais utilizando a calculadora.

Tabela 1

Fração	Decimal
3/8	
4/5	
12/4	
72/10	
15/6	
1/3	

Tabela 2

Fração	Decimal
16/8	
1/7	
17/20	
459/16	
13/25	
13/6	

A partir dos resultados obtidos na tabela, escreva as frações que correspondem a:

a) números inteiros ___________________________

b) decimais exatos ___________________________

c) decimais cuja parte decimal é infinita___________________________

3) Complete a tabela abaixo, utilizando a calculadora.

n	1/n	n	1/n
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	
11			

Alguns desses quocientes são números decimais com um número finito de casas decimais e outros são decimais periódicos(infinitas casas decimais). Com a tabela acima completa, você percebe que algumas divisões terminam e outras não. Também é mais fácil saber quem é o maior ou menor...

4) Agora escreva os próximos 5 números irracionais da sequência abaixo:

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10},$ ____, ____, ____, ____, ____

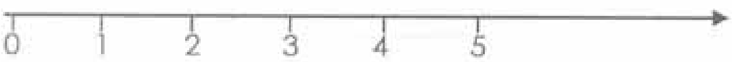
1) Use a calculadora para descobrir uma "aproximação" para o valor dos números irracionais abaixo e localize-os, aproximadamente, na reta R (dos números reais).

$\sqrt{6}$ = ________

$\sqrt{3}$ = ________

$\sqrt{5}$ = ________

$\sqrt{16}$ = ________



GABARITO

1) a) 8/10 ou 4/5 b) 34/100 ou 17/50 c) 1523/1000 d) 21/99 ou 7/33

e) 9871/9999 f) 12/999 ou 4/333

2)

Tabela 1	Tabela 2
0,375	2
0,8	0,1428571...
3	0,85
7,2	28,6875
2,5	0,52
0,33333....	2,16666666.....

a) 12/4 e 16/8

b) 3/8, 4/5, 72/10, 15/6, 17/20, 459/10 e 13/25

c) 1/3, 1/7 e 13/6

3)

1/2 = 0,5	1/11 = 0,090909...
1/3 = 0,3333333...	1/12 = 0,083333...
1/4 = 0,25	1/13 = 0,076923...
1/5 = 0,2	1/14 = 0,0714285...
1/6 = 0,1666666...	1/15 = 0,0666666...
1/7 = 0,1428571...	1/16 = 0,625
1/8 = 0,125	1/17 = 0,0588235...
1/9 = 0,1111111...	1/18 = 0,0555555...
1/10 = 0,1	1/19 = 0,0526315...
	1/20 = 0,05

Obs.: Dependendo da sua calculadora, os resultados podem aparecer com mais dígitos.

4) $\sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$

5)

$\sqrt{6} = 2,4494897...$
$\sqrt{3} = 1,7320508...$
$\sqrt{5} = 2,2360679...$
$\sqrt{16} = 4$

Sabendo o valor de cada raiz fica bem mais fácil localizá-las na reta... Você não acha?

REFERÊNCIAS

Apostila PEJA II – Matemática – Bloco II – UP III

Educação de Jovens e Adultos – Volume 4

Coleção Tempo de Aprender - Editora IBEP

Dicionário Aurélio 2011

www.dicio.com.br

Para Saber Mais...

www.somatematica.com.br

www.matematicavirtual.com.br

AULA 3

Equações do 2º grau

O que são equações do 2º grau?
Para que servem?

Meta

Reconhecer uma equação do 2º grau.
Resolver situações-problema utilizando equação do 2º grau.

O que você deve alcançar

Esperamos que ao final desta aula você seja capaz de:

» Construir e utilizar conceitos algébricos para modelar e resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.

» Desenvolver procedimentos para o uso de equações do 2º grau como meio de representar situações-problema.

» Resolver equações do 2º grau com uma incógnita.

Para avançar nessa aula

» É importante conhecer bem cálculos numéricos e algébricos e as expressões algébricas.

CONVERSA INICIAL

Você observou a tirinha da Mafalda? Ela está preocupada com as equações do 2° grau. Em álgebra, resolver uma equação é tão importante quanto os cálculos numéricos em aritmética. Vamos aprender um pouco mais sobre esse tipo de equação.

Mas antes de falarmos em equações do 2° grau, vamos falar um pouco das equações do 1° grau e da álgebra. A álgebra apareceu em nossas vidas já há algum tempo e sempre nos deixa confusos em relação a essa matemática com letras misturadas aos números. Aparece um "x" valendo um número e logo depois esse mesmo "x" já vale outro número. Parece que nunca vamos conseguir entender isso, mas se voltarmos um pouco no tempo, nossa professora, que ainda chamávamos de tia, já trabalhava com a álgebra.

Lembram-se daqueles "probleminhas" que tínhamos que descobrir o valor do quadradinho (■) na sentença :■+6 = 13 ? Tínhamos que descobrir que número somado a 6 daria como resultado 13. No lugar das letras que vemos hoje nas equações ela colocava um "quadradinho", que na verdade é a mesma coisa. Então vimos que as equações não são uma novidade que só apareceu nos nossos estudos nos anos finais do ensino fundamental.

Concordam? Esse "probleminha" de quadradinho nada mais é do que uma equação do 1° grau, que poderia ser escrita assim: $x + 6 = 13$. Onde o x é chamado de variável ou incógnita. E o valor desse x (no caso 7) é a raiz dessa equação.

Um pouco de história...

O povo babilônico era muito avançado para a sua época, demonstrando grandes conhecimentos em arquitetura, agricultura, astronomia e direito.

Os primeiros problemas de equação do 2° grau foram encontrados em tábuas de argila dos antigos **babilônios** (1800 a.C.), habitantes do sul da Mesopotânia, parte atual do Iraque.

Os cálculos desses problemas eram feitos pelo método de Al-Khwarizmi, que utilizava processos geométricos de fácil visualização, com a composição de áreas de figuras planas, dando assim, maior compreensão ao resultado.

Mas as coisas estão sempre em processo de mudança...

O método mais utilizado atualmente, é o de aplicação da fórmula de Bhaskara, cujo processo é muito mais analítico e você vai conhecê-lo um pouco aqui.

Falando na fórmula de Bhaskara, o hábito de dar esse nome para a fórmula de resolução da equação do 2 ° grau se estabeleceu no Brasil por volta de 1960. Esse costume, aparentemente, só brasileiro, pois não se encontra o nome Bhaskara para essa fórmula na literatura internacional. Os problemas que recaem numa equação do 2° grau já apareciam, há quase 4 mil anos. E Bhaskara que nasceu na Índia em 1114 e viveu até cerca de 1185, foi um dos mais importantes matemáticos do século XII. E até o final do século XVI, não se usava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do 2° grau simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação.

Logo, não é correto atribuir a ele a conhecida fórmula de resolução da equação do 2° grau.

TEXTO BASE

Começando

As equações do 2º grau podem aparecer no nosso dia a dia sem percebermos.

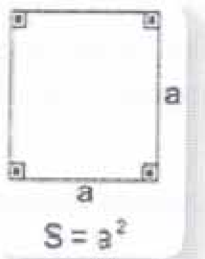
Veja um exemplo:

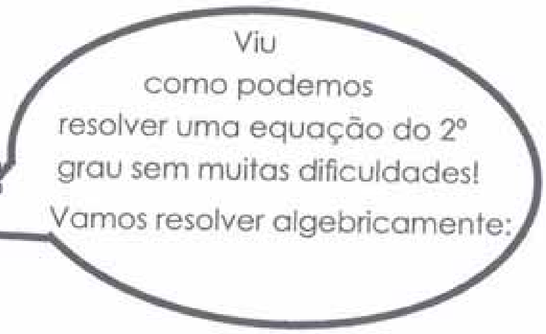
Se o quarto de Lucas é quadrado e tem 9m² de área. Como ele pode descobrir a medida de cada lado?

Nesse caso teremos uma equação do 2º grau bem simples. Se considerarmos que o lado do quadrado é x. E que a área do quadrado é lado vezes lado ou lado ao quadrado($S = a^2$). Temos que $x^2 = 9$, que é uma equação do 2º grau incompleta. Temos que descobrir que número ao quadrado é igual a 9. Conseguiu descobrir? Não é difícil! Esse número é o 3, pois $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

Na verdade você teve que achar a raiz quadrada de 9, que é igual a 3.

$\sqrt{9} = 3$(raiz quadrada de nove é igual a três).





Se $x^2 = 9$

$X = \sqrt{9}$

$X = 3$ (o -3 também seria uma raiz dessa equação, pois $(-3)x(-3) = 9$)

Como nesse caso estamos falando da medida de um quarto, só consideramos o valor positivo, nesse caso o 3.

Exercícios

1) Resolva as equações a seguir:

a) $x^2 = 25$

b) $x^2 = 49$

c) $x^2 = 81$

d) $x^2 - 36 = 0$

e) $x^2 - 1 = 0$

f) $x^2 + 9 = 0$

g) $x^2 - 5 = 0$

Chamamos equação do 2º grau de **equação do grau 2**, pois o maior expoente é 2, ou seja, a incógnita **x** está elevada ao quadrado. Podemos chamá-la também de **equação quadrática** que pode ser escrita na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

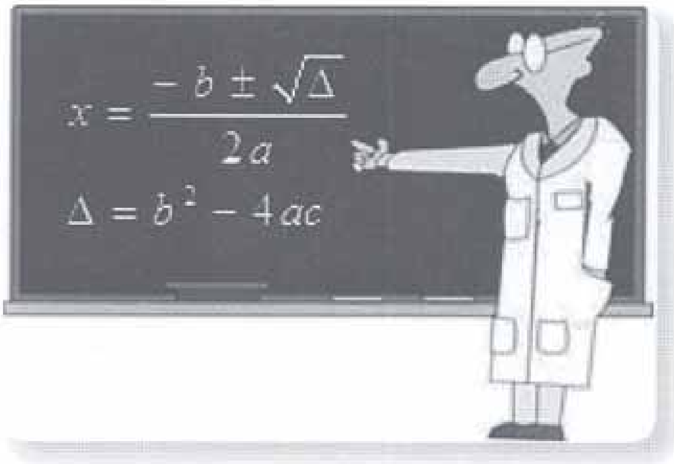
Essa é a forma geral de uma equação do 2º grau. Seus coeficientes são **a**, **b** e **c**. E **x** é a sua variável ou incógnita. Observe alguns exemplos de equações do 2º grau:

$X^2 + 5x - 6 = 0$	($a = 1$, $b = 5$ e $c = -6$)
$3x^2 - 7x + 8 = 0$	($a = 3$, $b = -7$ e $c = 8$)
$-x^2 + x - 1 = 0$	($a = -1$, $b = 1$ e $c = -1$)
$5x^2 + 8x = 0$	($a = 5$, $b = 8$ e $c = 0$)
$X^2 - 16 = 0$	($a = 1$, $b = 0$ e $c = -16$)

Repararam que nas três primeiras temos **a, b** e **c** diferentes de zero. Estas são equações completas do 2º grau. As duas últimas são incompletas pois o **c** ou o **b** são iguais a zero.

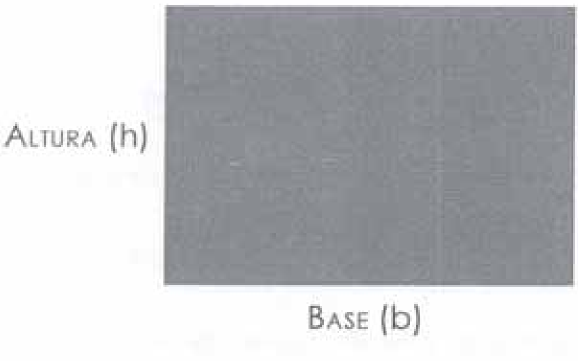
Continuando

Será que para resolver os outros tipos de equações do 2° grau vai ser tão simples assim? Na verdade, não. Agora passaremos a utilizar a fórmula de resolução.



Vamos a um exemplo de uma situação cotidiana que na verdade é uma sentença matemática que é uma equação do 2° grau:

Seu Pedro está planejando a construção de sua casa. Ele fez um rascunho da planta baixa de sua casa com o seu quarto medindo 3 metros de largura por 4 metros de comprimento, mas ele pensou bem e decidiu aumentar o tamanho de seu quarto para que ele fique com 20m² de área. Mas ele quer aumentar acrescentando a mesma medida a largura e ao comprimento. Como ficaria essa sentença matemática? Se as dimensões do quarto eram 3 x 4, passariam a ser (3 + x) X (4 + x), chamamos de **x** o valor do acréscimo. Sendo a área do quarto comprimento vezes largura(A = c x l).



A = b . h (onde a base é o compimento e a altura é a largura)

A sentença ficaria assim:

$$(3 + x).(4 + x) = 20$$

Vamos multiplicar cada termo do primeiro parênteses com cada termo do segundo parênteses. Que ficaria assim:

$$12 + 3x + 4x + x^2 = 20$$

Arrumando a equação e colocando na forma geral, teríamos...

$$X^2 + 3x + 4x + 12 - 20 = 0$$

$$X^2 + 7x - 8 = 0$$

Agora vamos resolver está equação:

$X^2 + 7x - 8 = 0$ (identificamos os coeficientes, $a = 1$, $b = 7$ e $c = -8$)

Vamos usar agora o discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$

Substituindo **a**, **b** e **c** na fórmula de Δ, teríamos:

$$\Delta = 7^2 - 4.1.(-8)$$

$$\Delta = 49 + 32$$

$$\Delta = 81$$

Calculando o **x** agora...

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Substituindo o valor de **a**, **b** e Δ...

$$X = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2.1}$$

$$X = \frac{-7 \pm 9}{2}$$

Daí tiramos as duas raízes da equação...

$$X = \frac{-7 + 9}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad \text{ou} \qquad x = \frac{-7 - 9}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

Vamos considerar nessa situação apenas o **1** como resposta, pois se trata de uma medida e nesse caso não cabe uma medida negativa. Desprezamos assim o resultado **-8**. Sendo assim seu Pedro tem que aumentar em 1 metro no comprimento do quarto e 1 metro na largura, para ter os $20m^2$ (o quarto ficaria 4m x 5m) desejado por ele.

Outros Exemplos

Exemplo 1

Dada a equação $x^2 + 3x - 10 = 0$, determine suas raízes, se existirem.

$a = 1$, $b = 3$ e $c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$ (substituímos a, b e c por seus valores)

$\Delta = 3^2 - 4 . 1 .(-10)$

$\Delta = 9 + 40$

$\Delta = 49$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x' = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x'' = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

As raízes da equação são **x'= 2** e **x" = – 5**

Exemplo 2

Determine as soluções reais da seguinte equação: $2x^2 + 12x + 18 = 0$

$a = 2$, $b = 12$ e $c = 18$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 12^2 - 4 . 2 .18$

$\Delta = 144 - 144$

$\Delta = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{2 * 2}$$

$$x = \frac{-12}{4}$$

$$x' = x'' = -3$$

A equação possui apenas uma raiz real, **x' = x" = -3**.

Exemplo 3

Resolva a seguinte equação: $4y^2 + 6y + 50 = 0$

$$a = 4,\ b = 6 \text{ e } c = 50$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 50$$

$$\Delta = 36 - 800$$

$$\Delta = -764$$

Não possui raízes reais ou soluções reais, pois o valor do discriminante é **menor que zero**. Não teríamos como extrair a raiz quadrada desse número que é **negativo**.

RESUMO

Vimos nessa aula que podemos encontrar no dia a dia situações que envolvem equações do 2º grau. Sabemos agora que equação do 2º grau é aquela que o grau da variável x é 2 e é o maior. Que existem alguns casos que podemos resolver uma equação sem usar a fórmula de resolução. Aprendemos a fórmula de resolução e como usá-la, como é importante identificarmos corretamente os coeficientes **a, b** e **c**.

Exercícios

2) Substituindo os coeficientes numéricos **a**, **b** e **c**, resolva as equações aplicando a fórmula de resolução da equação.

a) $X^2 - 5x + 6 = 0$

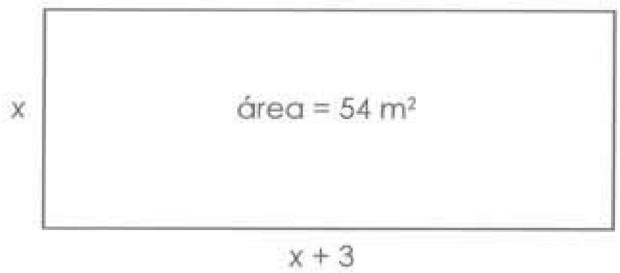
b) $X^2 - 7x + 12 = 0$

c) $X^2 - 4x - 5 = 0$

d) $X^2 + 6x + 9 = 0$

e) $2x^2 + 9x - 5 = 0$

3) Encontre as medidas dos lados do retângulo.



GABARITO

1)

a) $x^2 = 25$

$X = \pm\sqrt{25}$

$X = \pm 5$

$S = \{ -5; 5 \}$

b) $x^2 = 49$

$x = \pm\sqrt{49}$

$x = \pm 7$

$S = \{ -7; 7 \}$

c) $x^2 = 81$

$x = \pm\sqrt{81}$

$x = \pm 9$

$S = \{ -9; 9 \}$

d) $x^2 - 36 = 0$

$x^2 = 36$

$x = \pm\sqrt{36}$

$x = \pm 6$

$S = \{ -6; 6 \}$

e) $x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x^2 = \pm\sqrt{1}$

$x^2 = \pm 1$

$S = \{ -1; 1 \}$

f) $x^2 + 9 = 0$

$x^2 = -9$

$x^2 = \pm\sqrt{-9}$, como não podemos calcular a raiz de -9 pois não é um número real, a solução seria:

$S = \{ \ \}$ ou $\varnothing$ (que significa conjunto vazio)

g) $x^2 - 5 = 0$

$x^2 = 5$

$x^2 = \pm\sqrt{5}$ (nesse caso não temos uma raiz quadrada exata, então mantemos o sinal do radical, pois não extraímos a raiz)

$S = \{ -\sqrt{5}; \sqrt{5} \}$

2)

a) $X^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1$, $b = -5$ e $c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4.1.6$

$\Delta = 25 - 24 = 1$

$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$X = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.1}$

$X = \frac{5 \pm 1}{2}$

$X = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$ ou $x = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$S = \{ 2;3 \}$

b) $X^2 - 7x + 12 = 0$

$a = 1$, $b = -7$ e $c = 12$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-7)^2 - 4.1.12$

$\Delta = 49 - 48 = 1$

$X = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$X = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2.1}$

$X = \frac{7 \pm 1}{2}$

$X = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ ou $x = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$S = \{ 3;4 \}$

c) $X^2 - 4x - 5 = 0$

$a = 1$, $b = -4$ e $c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4.1.(-5)$

$\Delta = 16 + 20 = 36$

$X = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$X = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2.1}$

$X = \dfrac{4 \pm 6}{2}$

$X = \dfrac{4+6}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ ou $x = \dfrac{4-6}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$

$S = \{-1;5\}$

d) $X^2 + 6x + 9 = 0$

$a = 1$, $b = 6$ e $c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 6^2 - 4.1.9$

$\Delta = 36 - 36 = 0$

$X = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$X = \dfrac{-6 \pm \sqrt{0}}{2.1}$

$X = \dfrac{-6 \pm 0}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3$

$S = \{-3\}$

e) $2X^2 + 9x - 5 = 0$

$a = 2$, $b = 9$ e $c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 9^2 - 4.2.(-5)$

$\Delta = 81 + 40 = 121$

$X = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$

$X = \dfrac{-9 \pm \sqrt{121}}{2.2}$

$X = \dfrac{-9 \pm 11}{4}$

$X = \dfrac{-9 + 11}{4} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ ou $x = \dfrac{-9 - 11}{4} = \dfrac{-20}{4} = -5$

$S = \{ -5; \dfrac{1}{2} \}$

3) Nesse caso temos que a área do retângulo é igual a $54m^2$ e as dimensões são x e X + 3. Então teríamos a sentença x.(x + 3) = 54. Certo? Vamos lá...

$x.(x + 3) = 54$

$x^2 + 3x = 54$

$x^2 + 3x - 54 = 0$

$a = 1$, $b = 3$ e $c = -54$

$\Delta = 3^2 - 4.1.(-54)$

$\Delta = 9 + 216 = 225$

$X = \dfrac{-3 \pm \sqrt{225}}{2.1}$

$X = \dfrac{-3 \pm 15}{2}$

$X = \dfrac{-3 + 15}{2} = \dfrac{12}{2} = 6$ ou $x = \dfrac{-3 - 15}{2} = \dfrac{-18}{2} = -9$

Então o valor de x que nos serve é o 6, desprezamos o -9 que é negativo. Os valores dos lados do retângulo são 6 e 9, pois 6 x 9 = 54. Certo?

Referências

Apostila PEJA II – Matemática – Bloco II – UP III

Mini Dicionário Aurélio 2011

Educação de Jovens e Adultos – Volume 4

Coleção Tempo de Aprender - Editora IBEP

www.dicio.com.br

Para Saber Mais...

www.somatematica.com.br
www.matematicavirtual.com.br

AULA 4

GEOMETRIA: CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Circunferência e
círculo são a mesma coisa ?

Meta

Resolver situações-problema envolvendo circunferências e círculos.

O que você deve alcançar

Esperamos que ao final desta aula você seja capaz de:

» Reconhecer os elementos de uma circunferência.

» Construir o número pi(π).

» Traçar circunferências usando o compasso.

» Identificar uma circunferência e saber diferenciá-la de um círculo.

» Reconhecer corpos redondos e poliedros.

Para avançar nessa aula

» É importante conhecer bem geometria plana e saber utilizar o compasso.

CONVERSA INICIAL

Este é o Estádio Mário Filho, mais conhecido como Maracanã(RJ). Observe que o contorno dessa construção tem forma que nos lembra uma circunferência.

TEXTO BASE

Uma pequena história para entender as circunferências...

Moçambique

País africano, foi colonizado pelos portugueses, assim como o Brasil.

O relato sobre os pescadores moçambicanos é uma adaptação do artigo "Secando peixe, descobrir a circunferência", de Marcos Cherinda, Tlanu, Revista de Educação Matemática, n.1, outubro 1981, p.13-5. Universidade Eduardo Mondlane, Maputo, Moçambique.

A carne de peixe se deteriora com muita facilidade. Por isso, é preciso manter os peixes sob refrigeração tão logo são pescados. Mas o que deve ser feito quando não há geladeira?

Há muitos séculos, os pescadores de **Moçambique** empregam a defumação para conservar o pescado. Eles fazem uma fogueira na praia e espetam cada peixe em uma vara fincada na areia. O fogo desidrata os peixes que, assim, demoram mais a se estragar.

Se as varinhas fossem espetadas muito perto do fogo, os peixes torrariam. Se ficassem muito distantes, o calor seria insuficiente para secá-los. Para que isso não acontecesse era preciso dispor os peixes de modo que o calor os desidratasse igualmente.

Os pescadores resolveram esse problema usando um cordão e dois pedaços de pau.

Cravando uma das estacas no chão e mantendo o cordão sempre esticado, desenhavam uma circunferência na areia. Depois, faziam uma fogueira no centro, no local onde se fincou a estaca, e espetavam as varas com peixes sobre a curva desenhada. Assim, todos os peixes secavam por igual. Dá para perceber o porquê, não é?

Observe

Repare que o tamanho da circunferência traçada pelos pescadores depende do comprimento do cordão. Em matemática, esse comprimento corresponde ao raio da circunferência. O raio determina o tamanho da circunferência.

Essa característica – de ter todos os pontos a igual distância do centro – é própria da circunferência. Por isso, nas situações em que essa característica é necessária, é sempre usada a forma circular. Por exemplo, os índios brasileiros da região Norte constroem grandes ocas de base circular, onde vivem de 30 a 40 parentes . A forma circular protege todos, por igual, das fortes chuvas da região, que mudam de direção conforme o vento.

Refletindo sobre o texto

1.Você já ouviu falar em Moçambique? Sabe em que continente está localizado?

2.Qual a língua oficial desse país?

3.O que fazem os pescadores para que os peixes não estraguem?

4.Você sabe o que é alimento defumado?

5.O que você acha sobre a maneira pela qual os pescadores secavam os peixes? Existe uma outra forma para os peixes secarem por igual?

6.Qual é a propriedade da circunferência que justifica a escolha dessa forma geométrica pelos pescadores?

Faça uma pesquisa e responda essas perguntas. Pode ser na internet.

Vocabulário

O **latim** é uma antiga língua originalmente falada na região do entorno de Roma. Foi amplamente difundida pela Igreja Católica na Europa.

A palavra **circum** em **latim** quer dizer "ao redor". Procure o significado das palavras em um dicionário:

raio

diâmetro

arco

corda

Atividade 1

O círculo é uma figura geométrica que encontramos com frequência. Observe os objetos que você tem em casa e liste. Verifique na cozinha, na sala, no quarto, no quintal,...Você tinha idéia de que eram tantos assim? Se você não encontrou muitos, é porque não observou com atenção.

Atividade 2

Observe a tabela abaixo e responda qual é o planeta que tem :

O **diâmetro da Terra** ou de qualquer outro planeta, seria um segmento de reta qualquer partindo de um ponto da superfície, passando pelo centro desse planeta e indo até a um outro ponto do lado oposto do planeta.

a) O menor diâmetro______________________________

b) O maior diâmetro______________________________

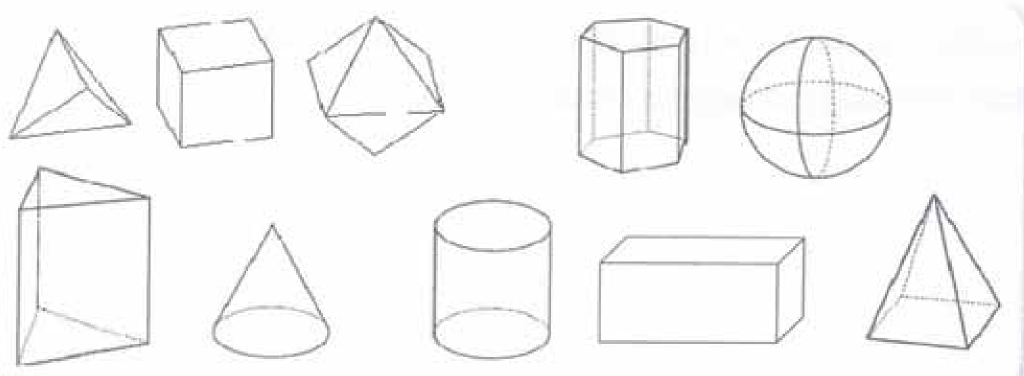
c) O diâmetro mais próximo do **diâmetro da Terra**_______________

Planeta	Diâmetro (em km)
Mercúrio	4880
Vênus	12100
Terra	12756
Marte	6706
Júpiter	143200
Saturno	120000
Urano	51800
Netuno	49500

Fonte: http://geocites.com/ascessodelhombre/sistemasolar.html

Observe

Quais os sólidos geométricos você já conhece?



Alguns você vê no dia a dia...

Figura 1

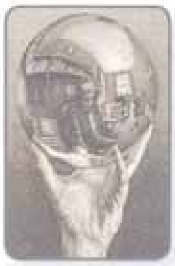


Figura 2

Figura 3

Figura 4

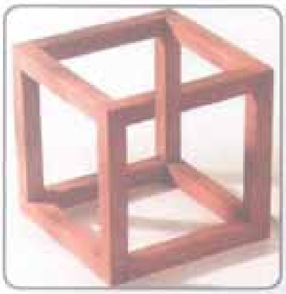


Figura 5

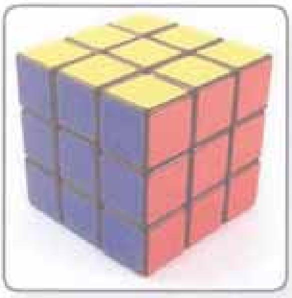


Figura 6

Figura 7

Figura 8

Maurits Cornelis Escher, artista gráfico holandês, conhecido por representar construções impossíveis, e por sua capacidade de gerar imagens com efeitos de ilusão de ótica.

Na **figura 1** temos um sorvete de chocolate com casquinha de biscoito, e essa casquinha é um cone. Na **figura 2**, temos uma obra famosa de **Escher**, que é uma esfera espelhada. Na **figura 3** temos as pirâmides do Egito, que são pirâmides de base quadrada. Na **figura 4**, temos uma caixa de presente, que têm a forma de um paralelepípedo. Na **figura 5**, temos outra obra de Escher, que é um cubo também, só que impossível de ser montado. Na **figura 6**, temos o cubo mágico. Na **7**, o dado e finalmente a **figura 8**, que é um jarro de cerâmica em forma cilíndrica.

Você sabe dizer quais as figuras que formam as faces destes sólidos?

Já conhecemos algumas figuras planas como o quadrado, triângulo, retângulo, pentágono etc. pois estas já fizeram parte de nossos estudos anteriores. Conhecemos também os prismas e pirâmides.

Quais são os sólidos que possuem superfície formada apenas por polígonos?

Quais os sólidos formados por alguma superfície curva?

Observe

Polledros – é todo sólido geométrico em que todas as faces são planas.

Os sólidos que têm sua superfície formada apenas por polígonos são chamados de **poliedros** e os sólidos que possuem superfícies curvas são chamados de **corpos redondos**.

Nos poliedros, os polígonos são chamados de faces. O encontro de duas faces são chamadas de arestas e o encontro de três ou mais arestas chamamos de vértices.

Nos corpos redondos vemos, ao observar suas superfícies que:

- no cilindro aparecem dois **círculos**,
- no cone, apenas um **círculo**,
- a esfera possui toda a sua superfície curva.

Porém, em corpos redondos, não contamos faces, vértices ou arestas. Estes termos somente são utilizados em poliedros. Os principais poliedros são:

Importante – o nome das figuras, tem haver com o número de faces:

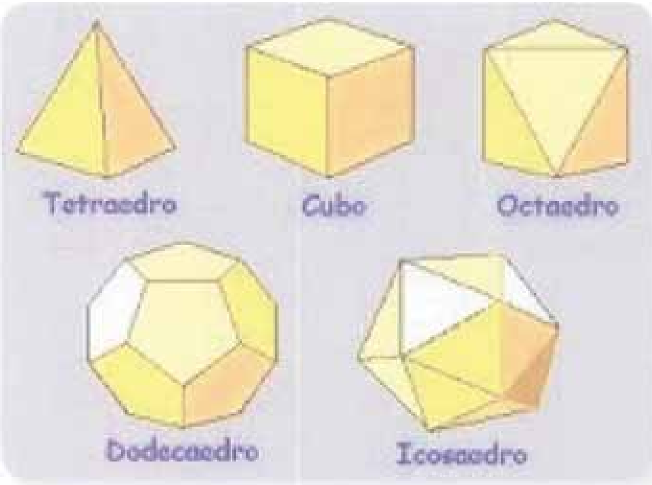
Tetraedro – 4 faces

Hexaedro (cubo) – 6 faces

Octaedro – 8 faces

Dodecaedro – 12 faces

Icosaedro – 20 faces

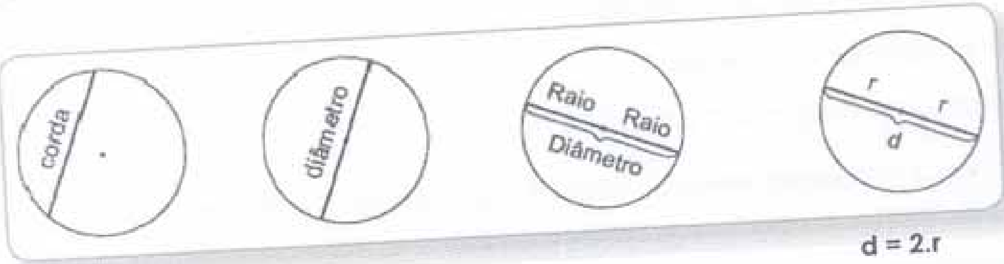


Importante

Quando falamos de superfície (moeda, CD, pizza etc.) estamos nos referindo a ***círculos***. Quando nos referimos ao contorno (anel, bambolê etc.) estamos nos referindo à ***circunferência***.

Elementos da circunferência:

- **CORDA**: é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência. E a maior corda possível é o diâmetro.
- **DIÂMETRO**: é uma corda que passa pelo centro da circunferência.
- **RAIO**: é a medida que vai do centro a um ponto qualquer da circunferência.



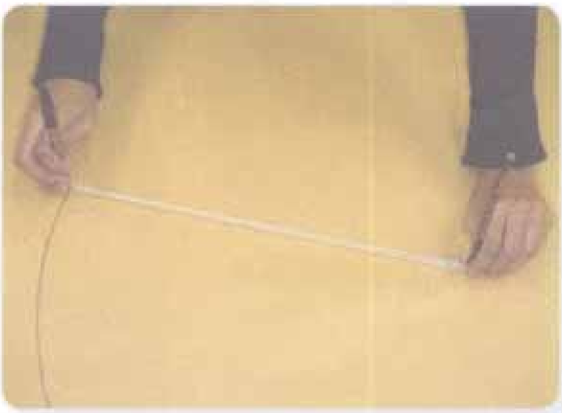
$d = 2.r$

Uso do Compasso

O compasso é o instrumento que utilizamos para desenhar circunferências. Ele possui uma ponta de metal, a qual chamamos de ponta seca, e uma outra ponta, com um pedaço de grafite. Para traçarmos uma circunferência devemos fixar a ponta seca no papel e girar a ponta com grafite.

Quando aumentamos a abertura do compasso temos uma circunferência maior do que quando diminuímos esta abertura. Esta abertura é a medida do raio da circunferência.

Também podemos traçar uma contornando um recipiente que tenha forma circular, como um pires, um prato, um copo, uma tampa, entre outros. Outra maneira de se traçar uma circunferência é utilizando um barbante, basta segurar firme uma das extremidades no papel e girar a outra amarrada a um lápis.



Atividade 3

Descobrindo uma Relação...

Não esqueça que diâmetro é duas vezes a medida do raio. D = 2r

Ao completar a tabela ao lado, na última coluna aonde aprece C/D, é a mesma coisa que comprimento dividido pelo diâmetro.

Desenhe circunferências com os raios medindo: 3cm, 5cm, 6cm, 7cm e 8cm. Com um pedaço de barbante contorne as diferentes circunferências. É importante que o barbante fique certinho pois precisaremos medir o tamanho de barbante necessário para contornar cada uma das circunferências.

Preencha a tabela abaixo.

Medida do raio	Comprimento do barbante	Diâmetro (D)	$\frac{C}{D}$
3 cm			
5 cm			
6 cm			
7 cm			
8 cm			

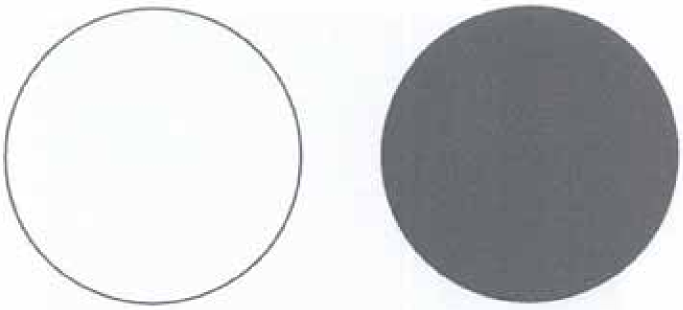
Ao fazermos **C/D**, encontramos um número um pouco maior do que 3, na realidade este número é sempre o mesmo e vale, aproximadamente, **3,14**. Este é um resultado muito importante em atemática. Esse número é o π.

$$\textbf{Conclusão: } \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{Diâmetro}} = \frac{C}{D} = \pi$$

$\frac{C}{D} = \frac{C}{2r} = \pi$, então $C = 2r.\pi$ ou $C = 2\pi r$

RESUMO

Nessa aula vimos que circunferência é a linha que limita o círculo. E círculo é a região do plano limitada pela circunferência.



Circunferência   Círculo

Você aprendeu também a calcular o comprimento de uma circunferência, usando a fórmula $C = 2.\pi.r$, onde $\pi = 3{,}14$ (aproximadamente). Qualquer dúvida, releia a aula e refaça os exercícios.

Exercícios

1) O aro de uma bicicleta mede 26cm, isto quer dizer que o raio é igual a 26. Qual será, aproximadamente, o comprimento da circunferência da roda?

2) Medindo uma circunferência com uma fita métrica obtivemos 62,8cm de comprimento. Qual a medida do diâmetro dessa circunferência?

3) Numa circunferência de 4cm de raio, quanto mede a maior corda que podemos desenhar?

4) Complete a tabela abaixo:

Raio = r	Diâmetro = D	Comprimento = $2\pi r$
5	10	
3		
	7	
		25,12

Curiosidade

Malba Tahan - **Júlio César de Mello e Souza**, mais conhecido pelo codinome de **Malba Tahan**, foi um escritor e matemático brasileiro. Através de seus romances foi um dos maiores divulgadores da matemática no Brasil.

Uma forma de "decorar" este valor é criar um texto ou grupo de frases que ajudem. Este método é chamado de "método mneumônico". Uma frase citada por **Malba Tahan**, em seu famoso livro **O homem que calculava**, ajuda a memorizar o valor de π com nove dígitos:

"SOU O MEDO E TEMOR CONSTANTE DO MENINO VADIO"

3 , 1 4 1 5 9 2 6 5

Atividade 4

1) Preencha a tabela abaixo calculando o comprimento da circunferência para cada raio dado. Utilize π aproximado em **3,14**.

Raio da circunferência	Comprimento da circunferência
2 cm	
1,5 m	
3,3 cm	
123 mm	
45,5 cm	

2) Uma circunferência tem 1 m de comprimento. Quanto mede seu raio?

3) O raio de uma pista circular mede 12,5 m. Calcular o diâmetro que deve ter outra pista circular para que o comprimento desta seja o triplo da outra.

4) O raio de uma roda mede 37,5cm. Quantas voltas essa roda dará num percurso de 3km?

5) Qual deve ser o raio de uma roda cuja medida da circunferência é de 100 cm?

6) Um bambolê tem raio de 1,5m. Qual deve ser a medida de seu comprimento?

7) Uma pizza gigante tem 38 cm de diâmetro.

a) Qual a medida de seu raio?

b) Qual a medida da circunferência da pizza?

8) Um corredor dará 20 voltas em torno de uma pista circular de raio 23m. Qual a distância aproximada percorrida por ele ao final?

9) Um barbante medindo 22cm foi colado numa folha de modo a forma uma circunferência. Qual dever ser aproximadamente o raio da figura?

Refletindo sobre o texto

1. Se você não conhece, fica na África.

2. A mesma nossa, a Língua Portuguesa.

3. Eles secam(desidratam), defumam os peixes para que eles não estraguem.

4. Os alimentos ficam próximos a fumaça, geralmente da queima de madeiras, o alimento se torna mais durável e mais saboroso.

5. É uma boa ideia. Eles poderiam usar também a técnica de salgar os peixes, que é muito usada com o bacalhau na Noruega e também com o pirarucu aqui no norte do Brasil.

6. A distância entre o centro de uma circunferência e um ponto qualquer na circunferência é sempre a mesma, que é o raio.

Atividade 1

É uma resposta pessoal, pois depende do que você tem na sua casa, que pode ser: cd, pneu, tampa de panela, aliança, etc...

Atividade 2

a) Mercúrio com 4880 km

b) Júpiter com 143200 km

c) Vênus com 12100 km

Atividade 3

Medida do raio	Comprimento do barbante	Diâmetro (D)	$\frac{C}{D}$
3 cm	18,8	6	3,14
5 cm	31,4	10	3,14
6 cm	37,6	12	3,14
7 cm	43,9	14	3,14
8 cm	50,2	16	3,14

Provavelmente você vai encontrar valores um pouco diferentes destes, mas bem próximos. Você não está errado(a). Pois será muito difícil você medir exatamente o tamanho do barbante. Mas o mais importante é observar a última coluna, que vai ser sempre um valor bem próximo de 3,14, que é o valor aproximado de π.

Exercícios

1) Se r = 26

C = 2.π.r

C = 2.3,14.26

C = 163,28 cm

2) Se C = 62,8

C = 2.π.r

62,8 = 2.3,14.r

62,8 = 6,28.r

r = 62,8/6,28

r = 10 , então D = 20cm

3) A maior corda é a que passa pelo centro que é o diâmetro, se o raio é 4, então D = 8cm

4)

Raio = r	Diâmetro = D	Comprimento = 2πr
5	10	2 x 3,14 x 5 = 31,4
3	6	2 x 3,14 x 3 = 18,84
3,5	7	2 x 3,14 x 3,5 = 21,98
4	8	2 x 3,14 x 4 = 25,12

Atividade 4

1)

Raio da circunferência	Comprimento da circunferência
2 cm	12,56 cm
1,5 m	9,42 m
3,3 cm	20,724 cm
123 mm	772,44 mm
45,5 cm	285,74 cm

2) Então C = 1m = 100cm

100 = 2.3,14.r

100 = 6,28.r

r = 100/6,28

r = 15,9 (aproximadamente)

3) O comprimento da 1ª pista é:

C = 2.3,14.12,5

C = 78,5m

O comprimento da 2ª pista que é o triplo da 1ª é:

C = 78,5.3 = 235,5m, agora calculando o raio:

235,5 = 2.3.14.r

235,5 = 6,28.r

r = 235,5/6,28

r = 37,5

Como ele pede o diâmetro, temos:

D = 37,5.2 = 75m

4) Primeiro vamos calcular o comprimento da roda:

C = 2.3,14.37,5 = 235,5cm

Convertendo os 3km para centímetros temos 300 000cm

Agora fazendo a divisão de 300 000 : 235,5 = 1273,8 (aproximadamente)

5) Se C = 100cm

100 = 2.3,14.r

100 = 6,28.r

r = 100/6,28

r = 15,9 (aproximadamente)

6) $C = 2.3,14.1,5$

$C = 9,42$ m

7)

a) 19cm

b) $C = 2.3,14.19 = 119,32$cm

8) $C = 2.3,14.23 = 144,44$m

Dando 20 voltas, seria $20.144,44 = 2888,8$m

9) $C = 22$cm

$22 = 2.3,14.r$

$22 = 6,28.r$

$r = 22/6,28$

$r = 3,5$ (aproximadamente)

REFERÊNCIAS

Apostila PEJA II – Matemática – Bloco II – UP III

Mini Dicionário Aurélio 2011

Educação de Jovens e Adultos – Volume 3

Coleção Tempo de Aprender - Editora IBEP

É bom aprender – Educação de Jovens e Adultos – Volume 2

www.dicio.com.br

Para Saber Mais...

www.somatematica.com.br
www.matematicavirtual.com.br