Material Pedagógico

0018

DOC 13

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

"A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA"

Pegar com Gutenberg
a história das moedas.

Índice de MATEMÁTICA

MATEMÁTICA: 3ª Fase: Telecurso - 1º Grau
Fundação Roberto Marinho, em convênio com o
Ministério da Educação e Cultura e
Fundação Universidade de Brasília
2ª Ed. - Rio de Janeiro: Rio Gráfico, 1993

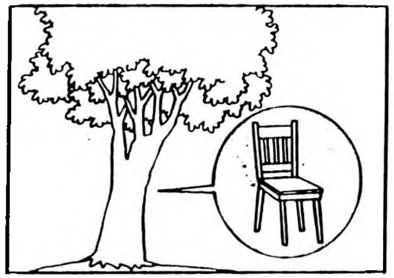
AULA
1

Um, dois, três...muitos!

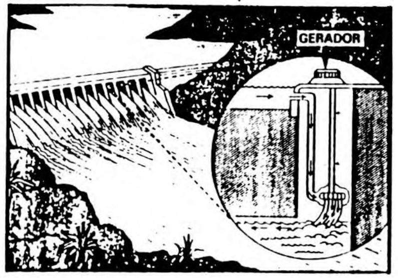
A Para sobreviver, o homem precisa modificar a natureza

Para acompanhar melhor estas primeiras aulas de Matemática, vamos recordar alguma coisa da história do homem na Terra. Você já estudou ou irá estudar tudo isso no curso de História.

Nossa maneira de viver e de pensar e a maneira como a gente se relaciona com as outras pessoas e com a natureza sofrem modificações constantes. Com o tempo, tudo se modifica. Para sobreviver, o homem transforma a natureza e, assim, transforma a si próprio.



O homem transforma a árvore em cadeira



Com as águas do rio, o homem produz energia elétrica

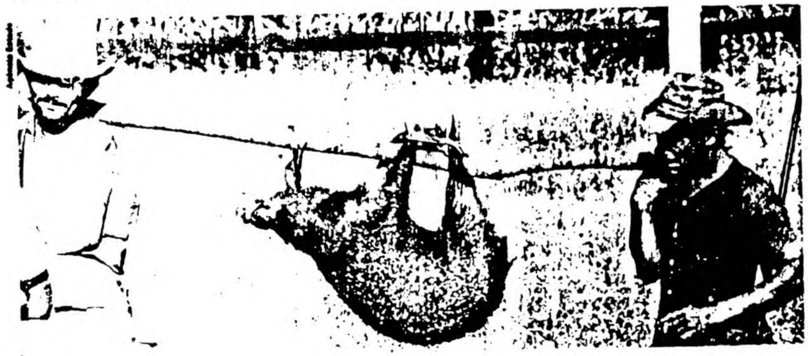
E os outros animais? Eles também são capazes de transformar a natureza, ou esta é a grande diferença entre o homem e os outros animais?

Quando o joão-de-barro faz sua casinha, quando a minhoca perfura a terra, não estão também transformando a natureza?

Os muitos quilômetros de túneis cavados pelas minhocas permitem um melhor arejamento do solo e facilitam a penetração da água — o que favorece o crescimento das plantas. Esse é apenas um exemplo de que os animais também transformam a natureza.

Mas há uma diferença fundamental entre a ação do homem e a dos outros animais. O joão-de-barro **sempre** faz sua casinha usando como instrumentos de trabalho seu bico, suas asas e seus pés. Da mesma forma, a onça caça hoje como **sempre** caçou, usando apenas os instrumentos naturais que possui: suas garras, suas presas e sua força física.

No entanto, o homem criou armas para caçar, aprendeu a fazer roupas e casas para se abrigar do mau tempo, descobriu o fogo para se aquecer e cozinhar seus alimentos, inventou a enxada para cavar a terra e o machado para derrubar árvores. Veja bem, os animais transformam a natureza usando exclusivamente seu corpo, seus órgãos naturais, ao passo que **o homem transforma a natureza construindo ferramentas.** Um homem desarmado não se compara,como caçador,a um leão, mas, acompanhado de arco e flecha ou de espingarda, ele compensa as deficiências de seu corpo. Por isso se costuma dizer que "da fragilidade do homem nasce sua própria força", pois as diversas técnicas que ele desenvolve ampliam as possibilidades do seu próprio corpo.



- Pense bem e responda o que significa: "Da fragilidade do homem nasce sua própria força?" De que maneira a bicicleta, o automóvel ou o barco que você usa para ir de um lugar a outro aumentam as possibilidades de seu corpo? Para fazer seu trabalho você usa ferramentas? Sem elas seria possível fazer, do mesmo modo, o mesmo trabalho?

B O homem é curioso

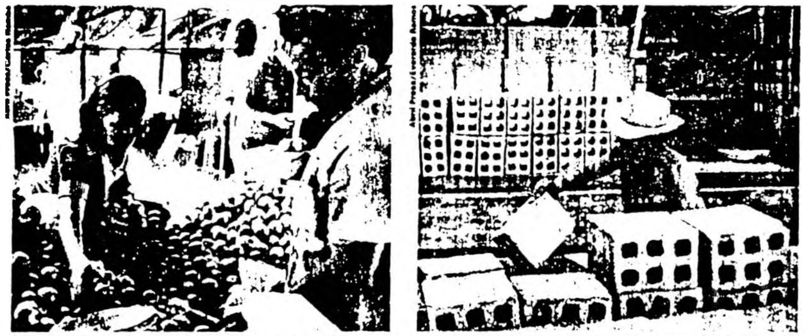
Todo o ser humano, ao menos uma vez na vida, terá perguntado a si mesmo: por que chove? como nasce a semente? o que é a vida? o que acontece depois da morte? o que é o mundo, afinal?

Quando o homem antigo, ao ver um relâmpago riscar o céu, dizia "os deuses então bravos!", ele estava tentando dar uma explicação para o que observava. Você provavelmente já aprendeu que o calor do sol faz evaporar a água dos rios, lagos e mares, e que esse vapor forma as nuvens. Também aprendeu que é das nuvens que vem a chuva. A **ciência** é uma tentativa permanente de o homem compreender o mundo que o rodeia.

Veja bem: o homem necessita transformar a natureza para sobreviver, e para isso ele **cria** suas ferramentas, suas técnicas. Por outro lado, o homem é curioso: ele procura **compreender** essa mesma natureza.

Desses dois fatores — necessidade e curiosidade —, nasceram todas as ciências. E uma das ciências que o homem desenvolveu é a **matemática.**

A matemática é uma ferramenta criada pelo homem e que o auxilia na sua luta diária, seja para contar laranjas na feira, ou para numerar as casas de uma rua, ou para calcular o número de tijolos necessários para fazer uma casa, ou para conferir a contribuição paga ao INPS, descontada de seu salário. E, assim por diante. Por outro lado a matemática, juntamente com as demais ciências, permite uma melhor compreensão da realidade.



Usa-se a matemática em quase todas as atividades da vida diária

- Agora, pegue seu caderno, abra-o e, no alto da página, escreva **Matemática — Aula 1.** Copie as perguntas seguintes e escreva suas respostas.

Por que o homem observa e estuda as coisas da natureza?
De acordo com o texto que acabou de ler, para que serve a ciência?
Você acha que um livro ou um jornal são **ferramentas?**

C A contagem é uma ferramenta matemática

No livro **Conceitos Fundamentais da Matemática,** publicado em Lisboa, o autor, Bento de Jesus Caraça, dá uma excelente explicação sobre a necessidade da contagem. Ele demonstra que toda a gente sabe como as necessidades da vida diária exigem que, a cada momento, se façam contagens — o pastor para saber se não perdeu alguma cabeça do seu rebanho, o operário para saber se recebeu todo o salário que lhe é devido, a dona-de-casa ao regular as suas despesas pelo dinheiro de que dispõe, o homem de laboratório ao determinar o número exato de segundos que deve durar uma experiência — a todos se impõe constantemente, nas mais variadas circunstâncias, a realização de contagens.

Caraça chama a atenção para o fato de que se o homem vivesse isolado, sem se relacionar com os outros homens, a necessidade da contagem seria menor, porém não desapare-

AULA
2

Como surgiram os números?

[A] A agricultura e o pastoreio

Como vimos na aula anterior, a contagem é uma ferramenta matemática muito útil em diversas ocasiões do nosso dia-a-dia.

Na feira precisamos contar o que compramos

No entanto, nem sempre foi assim. O homem antigo, de 500 000 anos atrás, por exemplo, não sabia contar. Ora, se o homem antigo não conhecia os números e o homem de hoje sabe fazer contas, é hora de perguntar: Como é que tudo começou? Quem inventou os números? Como surgiram os números?

Para responder a essas perguntas, é importante a gente perceber que nesses 500 000 anos quase tudo mudou. O homem de hoje utiliza muitos recursos que eram desconhecidos pelo homem antigo, como por exemplo a energia. Nosso modo de vida atual não sobrevive sem petróleo, carvão, álcool, usinas hidrelétricas etc. No entanto, os nossos antepassados sobreviveram sem todas essas coisas.

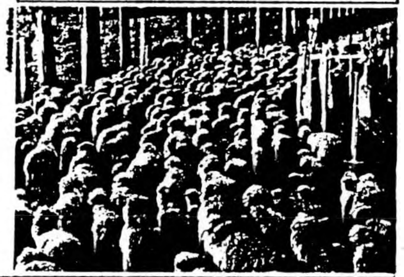
Veja bem, os homens antigos não sabiam contar porque simplesmente não precisavam contar. Para ter as coisas de que necessitavam, eles não precisavam dos números. Para se alimentar, o homem antigo caçava, pescava e colhia frutos nas árvores. Para abrigar-se do mau tempo, encontrava refúgio nas cavernas. Para defender-se, usava paus e pedras.

Com o passar do tempo, porém, esse modo de vida foi se alterando. A natureza também sofreu mudanças: algumas regiões ficaram frias, cobertas de gelo; outras viraram desertos. Muitos animais e plantas morreram, o que trouxe sérios problemas para a vida dos antigos homens. Como viver quando faltam alimentos para serem colhidos ou caçados? Os homens antigos **inventaram soluções novas:**

se faltavam alimentos suficientes, na natureza, o jeito era produzi-los. Em vez de só colher, também plantar e cuidar das plantas; em vez de só caçar, também criar animais. Assim, o homem inventou **a agricultura e o pastoreio**, há cerca de 10 000 anos.

PLANTAÇÃO DE TRIGO

CRIAÇÃO DE OVELHAS



Até hoje, a agricultura e o pastoreio são atividades importantes para a vida humana

Quando os homens aprenderam a ser **pastores**, começaram também a ter necessidade de **contar**.

- Pense bem para responder às perguntas abaixo e escreva suas respostas no caderno.
Você sabe quais são as obrigações de um pastor de ovelhas?
No seu trabalho você faz contagens?
Há 500 000 anos alguns homens já faziam o serviço que você faz hoje?

[B] Os homens inventaram os números

Como vimos na aula anterior, o homem possui o "sentido do número", isto é, ele tem a **capacidade de perceber diferenças em pequenas quantidades de coisas**. Essa capacidade é bastante limitada e não mais desenvolvida do que a de outros animais. Mas, sem dúvida, foi a partir do "sentido do número" que os homens, aos poucos, foram **criando os números.**

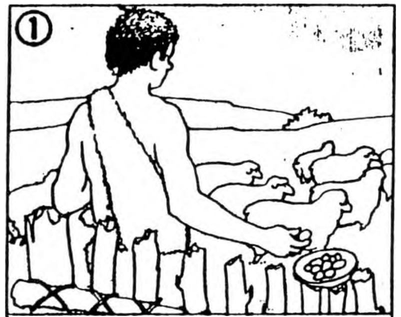
A história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo se passou. Mas, uma coisa é certa: os homens não inventaram primeiro os números, para depois aprenderem a contar. Pelo contrário, **os números foram se formando lentamente, pela prática diária de contagens.** Também não há dúvida de que o número é uma **invenção da humanidade** e não de apenas um ou de alguns poucos homens.

Não foram alguns homens que criaram os números e a matemática. Foram os homens, como um todo, que criaram os números e a matemática. E podemos imaginar como esse início deve ter sido difícil.

- Você se lembra de como aprendeu os números? Você seria capaz de contar toda a história de sua vida, nos mínimos detalhes, de memória? E a vida de seus pais e de seus avós?

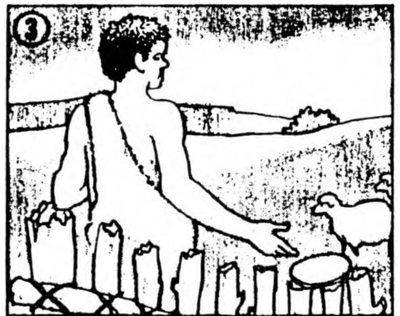
C Os pastores contavam seus rebanhos usando pedras

Tentando descobrir como é que tudo começou, os historiadores da matemática estão praticamente de acordo em afirmar que, sem dúvida, as primeiras contagens realizadas pelo homem estavam ligadas ao pastoreio. De fato, uma das funções de um pastor é controlar o seu rebanho; saber se nenhuma ovelha se perdeu ou se nasceram novos animais. Tudo indica que, há muito tempo, os pastores faziam esse controle utilizando pedrinhas.



De manhãzinha, ao saírem as ovelhas do curral, o pastor colocava uma pedrinha de lado para cada animal que passava. Assim, ia fazendo um monte de pedrinhas.

No fim do dia, o pastor retirava do monte uma pedrinha para cada ovelha que retornava ao curral.



Se faltavam pedrinhas no monte, o pastor sabia que o rebanho havia aumentado. Talvez algum animal de outro pastor juntara-se ao seu rebanho.

Se sobravam pedrinhas no monte, o pastor sabia que algumas ovelhas haviam ficado para trás, no pasto, e tratava de voltar para encontrá-las.

Uma das provas que os historiadores indicam para essa versão da origem da contagem por meio de pedrinhas está na nossa linguagem. A palavra **cálculo** vem de uma língua antiga chamada **latim**: era a palavra **calculus**. Do mesmo modo que o francês, o espanhol, o italiano, a nossa língua portuguesa teve sua origem no latim. E a palavra latina **calculus** significa **pedra**.

Efetuando suas contagens por meio de pedrinhas, o pastor fazia **corresponder** a cada ovelha uma pedra e a cada pedra uma ovelha. Essa noção de **correspondência** é bastante útil para se compreender os mecanismos da contagem.

É isso que fazemos ainda hoje quando, por exemplo, contamos pessoas com os dedos. O marido pergunta à mulher quantas pessoas virão amanhã para o mutirão. "Deixa ver", diz a mulher, "virão o Pedro e o Zé, o Nando e a Iara. . ." e, inconscientemente, ela levanta a mão esquerda, contando com a direita dedo por dedo. Desse modo ela faz corresponder a cada pessoa um dedo e vice-versa.

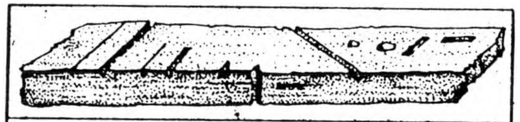
- Copie as perguntas seguintes no seu caderno, e responda-as por escrito.

Além do pastoreio, você acha que o homem antigo realizava outras atividades nas quais tivesse de usar **contagens**? Você consegue imaginar algum outro jeito de contar, que não seja o das pedrinhas, e que possa ter sido usado pelos nossos antepassados?

D A contagem por marcas

Uma outra técnica, usada por nossos antepassados, na realização de contagens, consistia em fazer marcas num pedaço de pau (bastão) ou sobre um osso. Este método foi usado até uns 150 anos atrás na Inglaterra.

ossos
madeira

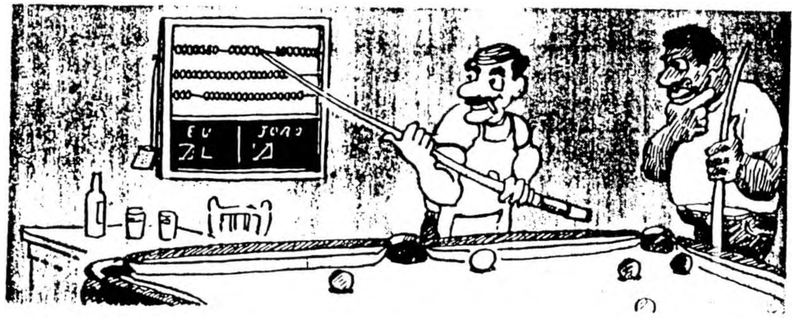


Marcas num antigo fragmento de madeira

Ainda hoje utilizamos o método de contagem por meio de marcas. Talvez você já tenha contado alguma coisa, em grupos de cinco, fazendo risquinhos assim:

No jogo de bilhar (ou sinuca) a contagem dos pontos é feita usando bolinhas que correm num arame. É comum existir um grupo de 20 bolinhas enfiadas no arame. Ao completar vinte bolinhas, o jogador faz uma marca na lousa e inicia de novo a contagem das bolinhas: cada marca, na lousa, corresponde a 20 pontos. Veja a figura:

sinuca



E Como os homens antigos escreviam os números?

Hoje em dia escrevemos os números assim: **1, 2, 3, 4, 5** etc. e dizemos **um, dois, três, quatro, cinco** etc. Mas nem sempre os números foram indicados por esses sinais.

O homem deve ter sentido a necessidade de uma numeração escrita para registrar suas propriedades: seu gado, suas ferramentas, enfim, sua riqueza.

As formas de registrar foram as mais variadas. Traços na madeira, riscos na pedra, marcas no barro (que depois secava) devem ter sido as formas mais antigas.

Povos como os egípcios, babilônios, gregos e maias, há mais de 2 000 anos, criaram **sistemas** mais desenvolvidos de numeração escrita. Observe o quadro a seguir.

Hoje	Egípcios	Babilônios	Gregos	Maias
1	I	Y	A	•
2	II	YY	B	••
3	III	YYY	Γ	•••
4	IIII	YYYY	Δ	••••
5	III / II	YYY / YY	E	—
6	III / III	YYY / YYY	F	• / —
7	IIII / III	YYYY / YYY	Z	•• / —
8	IIII / IIII	YYYY / YYYY	H	••• / —
9	III / III / III	YYYYY / YYYY	Θ	•••• / —
10	∩	⊸	I	=
100	@	Y⊢⊢	P	[illegible]

Os romanos, por sua vez, há dois mil anos, representavam os números desta maneira:

I 1	II 2	III 3	IV 4	V 5	VI 6	VII 7
VIII 8	IX 9	X 10	L 50	C 100	D 500	M 1 000

Estes símbolos são usados ainda hoje nos mostradores de alguns relógios e na numeração dos capítulos de alguns livros, por exemplo.

• Você viu que a numeração escrita é, provavelmente, tão antiga quanto a **posse de bens**. Pegue o caderno e tente explicar por que, usando suas palavras.

AULA 3

As primeiras "máquinas de calcular"

A A contagem pelos dedos

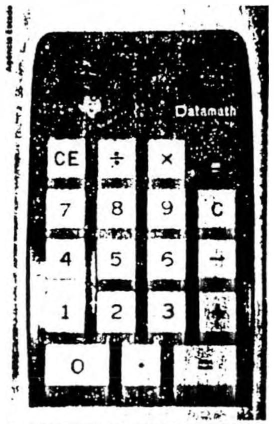
Você já reparou que o homem continua usando seus dedos para aprender a contar, mesmo nesta nossa época em que existem máquinas de calcular por toda a parte?

Pois é. E todos os que estudam a história da matemática sabem que, durante os milhares de anos que os homens levaram para criar os números, **os dez dedos** de nossas mãos (e às vezes os dos pés também) tiveram um papel importantíssimo.

Uma prova dessa maneira de contar pelos dedos se conserva, até hoje, em algumas línguas faladas por certas tribos. Nestas, o número **cinco** é expresso pela palavra **mão**. Quando querem dizer **dez**, esses povos dizem **duas mãos**. Em alguns casos, ainda, o número **vinte** é representado por um **homem completo**, indicando que, depois de contar os dedos das mãos, passou-se a usar também os dedos dos pés.

O homem deve, sem dúvida, o início de sua carreira de "fazedor de cálculos" aos seus dez dedos e à capacidade de movimentá-los de muitos modos!

Nossas mãos foram a primeira "máquina de calcular". Hoje em dia costuma-se desprezar o hábito de contar pelos dedos. Chega-se até mesmo a proibir as crianças de contar nas mãos. No entanto, há poucos séculos a contagem pelos dedos era um costume tão espalhado pela Europa ocidental (Itália, França, Alemanha etc.), que os livros de aritmética traziam instruções completas sobre esse processo. É isso que mostra a figura seguinte.



Máquina de calcular eletrônica portátil

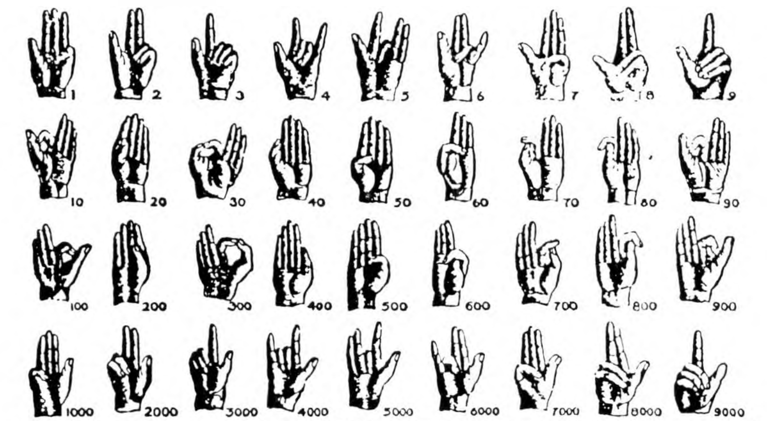
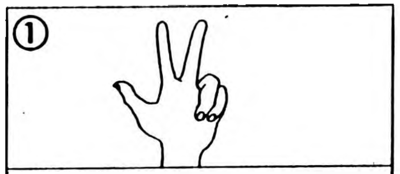


Ilustração de um manual de matemática, publicado em 1520

• Você aprendeu a contar pelos dedos? Você ainda usa seus dedos para contar? Você acha que isso atrapalha ou ajuda? Por quê?

B Um método interessante de fazer multiplicações

Um historiador da matemática, chamado Tobias Dantzig, conta que até por volta de 1930 os camponeses de uma região francesa usavam um processo interessante para multiplicar números maiores do que 5, mas menores do que 10 (como, por exemplo, 6 × 7 ou 8 × 8 ou 8 × 9). Eles sabiam de cor as tabuadas do 1 ao 5 e usavam seus dedos para obter as outras multiplicações. Por exemplo, para multiplicar 7 por 9 procediam assim:

①


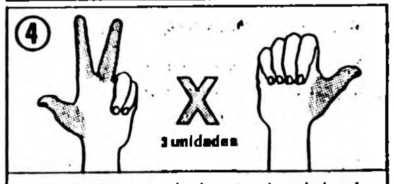
Numa das mãos, abaixam-se tantos dedos quantas unidades o 7 passa da 5; portanto, abaixam-se 2 dedos.

②


Na outra mão, abaixam-se tantos dedos quantas unidades o 9 passa de 5; portanto, abaixam-se 4 dedos.

③


O número total de dedos abaixados nas duas mãos dá as dezenas. Assim, no nosso exemplo, são 2 + 4 = 6 dedos abaixados. Portanto temos 6 dezenas, que é a mesma coisa que 60.

④


O resultado da multiplicação dos dedos levantados dá as unidades. No caso, 3 × 1 = 3 unidades.

O resultado final é a soma das dezenas com as unidades. No caso, 60 + 3 = 63. De fato, 7 × 9 = 63!

Agora, tente multiplicar 7 × 8 e 8 × 9 por este processo e veja a resposta que está no final da aula.

C Os dez dedos das nossas mãos originaram o sistema de numeração decimal

Repare que, para escrever todos os números, usamos apenas **dez símbolos** diferentes:

$\underbrace{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}_{\text{dez símbolos básicos}}, 10, 11, 12, \ldots\ldots, 20, 21, \ldots\ldots, 99, 100, 101, \ldots\ldots$

Por isso, dizemos que o nosso sistema de numeração **é decimal**; dizemos que adotamos a **base dez**.

Pois bem, esse costume de contar por dezenas, isto é, por grupos de dez, teve origem exatamente no fato de que aprendemos a contar pelos dedos... e temos dez dedos nas duas mãos! Se tivéssemos 4 dedos em cada mão, é provável que nosso sistema de numeração fosse de **base oito**, isto é, que contássemos por "octenas" e não por dezenas.

No entanto, apesar de o costume de contar por dezenas ser o mais usado por nós, às vezes contamos por dúzias (base 12), usando o **sistema duodecimal**. Isso acontece em algumas feiras livres, quando contamos, por exemplo, laranjas, bananas ou ovos.

No costume de contar por risquinhos ou marcas assim ☒ ☒ ☒ ☒ ┌, contamos por grupos de cinco.

Esses costumes são heranças de outras maneiras de contar que não usavam a base dez. Aliás, o sistema decimal demorou bastante para ocupar a posição de destaque que tem atualmente. Em diferentes épocas, diversos povos empregaram bases que não eram decimais. Os maias e os astecas, dois povos que viviam na América, antes da chegada dos brancos, contavam usando a base vinte.

Já vimos que a dúzia ainda é usada. Hoje em dia, quase não se emprega a palavra grosa, que significa doze dúzias (12 × 12 = 144), mas há uns 50 anos este termo era bastante empregado no comércio em geral: vendia-se, por exemplo, uma grosa de lápis ou pregos. Repare que a grosa, do sistema duodecimal, faz o mesmo papel do cento, do sistema decimal, pois:

um cento = dez dezenas **uma grosa = doze dúzias**

Na Babilônia antiga, há mais de 4 000 anos, era usada a base sessenta. E esse costume de contar por grupos de 60 ainda se conserva, em parte, até nossos dias; por exemplo, na subdivisão da hora em 60 minutos e do minuto em 60 segundos.

• Agora, pegue o seu caderno. Copie as perguntas abaixo e depois escreva as respostas.

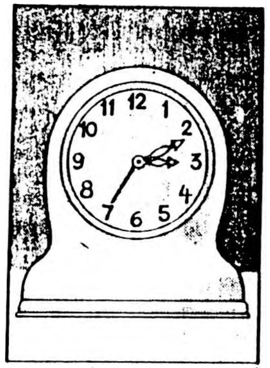
☐ **1)** Um minuto tem quantos segundos?

☐ **2)** Uma hora tem quantos minutos?

☐ **3)** Uma hora tem quantos segundos?

☐ **4)** 3 horas, 12 minutos e 35 segundos correspondem a quantos segundos?

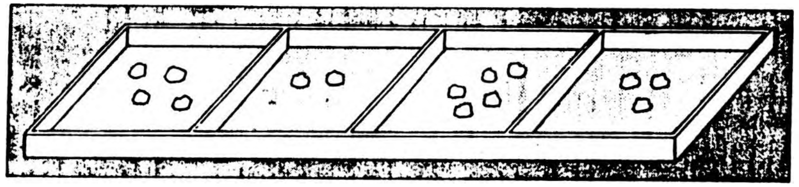
Veja as respostas no final da aula.



D O quadro de contar

Vimos então que os dedos de nossas mãos tiveram, e ainda têm, um importante papel em toda a longa história dos números. No entanto, à medida que as sociedades iam se transformando, a vida também se tornava mais complicada, exigindo cálculos cada vez mais difíceis. Os problemas da indústria e do comércio, o controle das posses das pessoas, o pagamento dos impostos, as necessidades da organização militar e muitas outras começaram a exigir cálculos mais complicados do que aqueles que podemos realizar com nosso dedos. E como essas dificuldades foram sendo resolvidas?

Os homens tiveram de ir inventando maneiras de substituir os dedos por objetos ou máquinas cada vez mais eficientes. Veja o seguinte exemplo: numa ilha chamada Madagáscar, para contar os soldados de um exército, obrigáva-se cada homem a atravessar uma passagem estreita. Então, para cada soldado que passava, colocava-se uma pedra num primeiro monte. Quando esse monte tinha dez pedras, colocava-se uma pedra noutro monte, que representava as dezenas, e tirava-se todas as pedras do primeiro monte que, assim, voltava a zero. Quando o monte das dezenas completava dez pedras, colocava-se uma pedra no monte das **centenas**, e o das dezenas voltava a zero. E assim por diante. Quando o último soldado era contado, a situação dos montes revelava a quantidade de homens do exército. Por exemplo, se a situação fosse a apresentada na figura seguinte diríamos que o exército estava composto de 4 253 soldados.

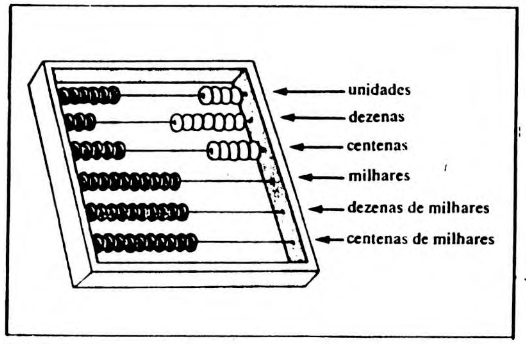


$$\underbrace{\underline{4} \times 1\,000}_{\text{Milhar}} + \underbrace{\underline{2} \times 100}_{\text{Centena}} + \underbrace{\underline{5} \times 10}_{\text{Dezena}} + \underbrace{\underline{3}}_{\text{Unidade}} = 4\,253 \text{ soldados}$$

Já dissemos que as mãos foram a nossa primeira "máquina de calcular". Pois bem, o aperfeiçoamento do processo que acabamos de descrever deu origem à segunda máquina de calcular: o **ábaco**, ou quadro de contar (os japoneses costumam chamá-lo de **sorobam**). Você já viu um ábaco?

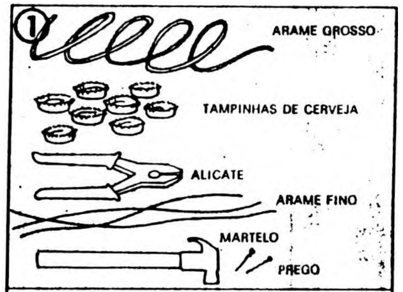
A figura seguinte mostra um ábaco.

Que número está indicado nele?

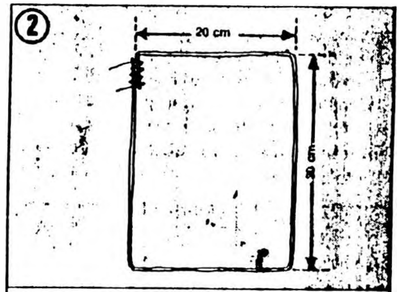


Num ábaco existe uma moldura na qual são fixadas algumas varetas (de arame ou bambu fininho). Em cada vareta estão enfiadas dez bolinhas.

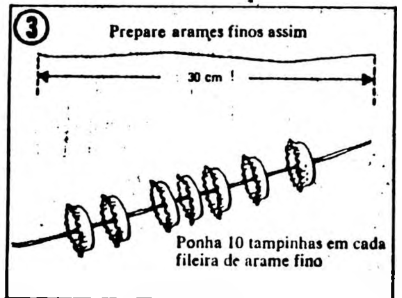
- Pare de estudar agora e tente construir um ábaco. Se para você for difícil fazer uma moldura de madeira, faça-a com arame. As varetas podem ser substituídas por um barbante resistente, as bolinhas podem ser botões ou tampinhas de garrafa furadas. Fabrique o seu ábaco. Ele vai ajudá-lo a acompanhar melhor esta aula e as seguintes. Siga as instruções das figuras:



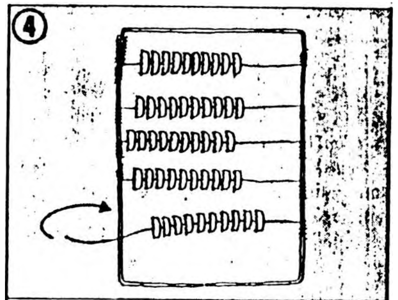
Junte todo o material necessário



Dobre o arame grosso na posição indicada. Amarre a moldura com o arame fino



Fure as tampinhas com um prego. Enfie 10 tampinhas em cada fileira de arame fino



Fixe as fileiras de arame fino na moldura de arame grosso. E o ábaco está pronto

E Vamos contar a boiada

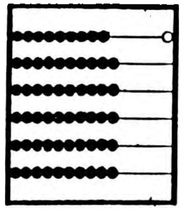
Vejamos como se usa o ábaco para fazer contagens.

Na primeira linha cada bolinha vale uma **unidade**. Na segunda linha cada bolinha vale uma **dezena**; na terceira, uma **centena**, e na seguinte cada bolinha vale **1 000 (um milhar)**. Na quinta fila cada bolinha vale **10 000** e na última **100 000**. É claro que o nosso ábaco poderia ter mais linhas.

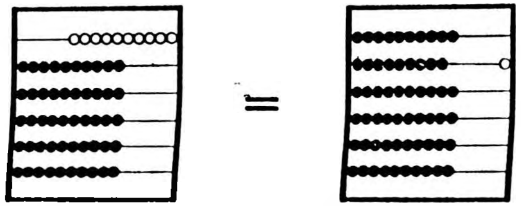
Vamos usar o ábaco para contar, por exemplo, uma boiada.

Nas fazendas de criação é costume vacinar os animais, pelo menos duas vezes por ano. Isso se faz recolhendo o gado em um pequeno pasto e obrigando cada boi ou vaca a atravessar uma passagem estreita. Nesse momento é feita a vacinação. E a ocasião é aproveitada para contar a boiada. Vamos imaginar que estamos realizando a contagem com um ábaco na mão. Antes de o primeiro animal passar, as bolinhas do ábaco estão todas à nossa esquerda.

No momento em que o primeiro animal passa, deslocamos uma bolinha da fileira das unidades para a direita:



Quando as dez bolinhas da primeira fileira (unidades) passarem para a nossa direita, deslocamos a primeira bolinha da fileira das dezenas para a direita e voltamos com as bolinhas da primeira fileira para a esquerda:

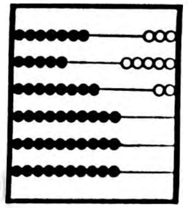


Usando outras palavras, podemos dizer que quando tivermos as dez bolinhas da primeira fileira à nossa direita, **uma bolinha** da segunda linha vai para a direita e todas as da primeira fileira voltam para a esquerda.

Veja bem, uma bolinha na primeira linha vale **1**, mas uma bolinha na segunda linha **vale 10**.

E, agora, responda por escrito no seu caderno:

☐ **1)** Uma bolinha na terceira linha do ábaco vale quantas unidades?

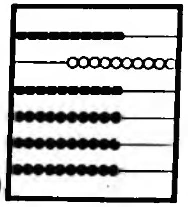


①

☐ **2)** Se em determinado momento da contagem da boiada as bolinhas do ábaco estiverem dispostas como na **figura 1**, quantos bois já terão passado?

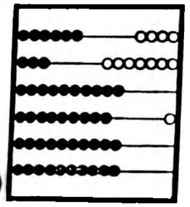
☐ **3)** Quando chegamos à situação indicada na **figura 2**, o que devemos fazer?

☐ **4)** Passou o ultimo boi e o ábaco está na situação da **figura 3**. Quantos animais tem **a boiada?**



②

Respostas
Exercício do **item B**: 7 × 8 = 56; 8 × 9 = 72.
Exercício do **item C**: 60 segundos; 60 minutos; 3 600 segundos; 11 555 segundos.
Exercícios do **item E**: 1) 100 unidades; 2) 253; 3) passar uma bolinha da 3.ª linha para a direita e voltar com todas as 10 da 2.ª linha para a esquerda; 4) 1 074 bois.



③

O que é o "vai um"?

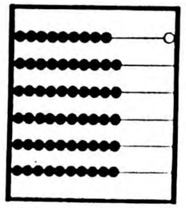
A O valor dos algarismos conforme sua posição

Desenhos de Agostinho Girê

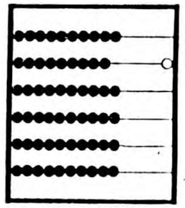
Na aula passada você aprendeu que uma bolinha da primeira fileira do ábaco representa uma unidade, e que uma bolinha na segunda fileira vale 10, na terceira 100 e assim por diante.

Portanto, **o valor de uma bolinha depende da sua posição** no ábaco, isto é, depende da fileira (ou linha) em que está situada. Repare que estas mesmas regras são usadas na nossa maneira de escrever números. Assim, por exemplo, o algarismo **1** tem valores diferentes nos três números seguintes: **31, 512** e **127**.

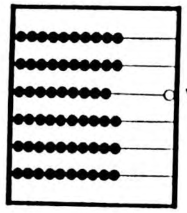
No número 31, o algarismo **1** vale **1**; no número 512, ele vale **10**; no numero **127**, ele vale **100**. Isto quer dizer que **o valor dos algarismos varia conforme sua posição.**



Vale 1



Vale 10



Vale 100

- Antes de seguir adiante, responda em seu caderno:

☐ **1)** Qual é o valor do algarismo **6** em cada um dos seguintes números: 763, 6 308 e 56?

☐ **2)** Na numeração romana, qual o valor do símbolo **V** em cada um dos seguintes números: **XV, VII** e **XXVIII**?

Como você deve ter percebido, ao responder a esta última pergunta, na numeração romana não há variação de valor de um símbolo conforme sua posição. Nos três números apresentados, o símbolo **V** tem o mesmo valor: cinco.

Ao que parece, o princípio da posição dos algarismos foi inventado na Índia por volta do século IV, mas ele só chegou ao conhecimento dos europeus, por intermédio dos árabes, no início do século XIII. Os historiadores afirmam que, muito provavelmente, esse princípio surgiu a partir da utilização do ábaco.

B O zero tem história

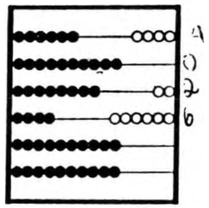
Já vimos que, em nosso sistema de numeração decimal, empregamos apenas dez símbolos diferentes para escrever qualquer número. Um destes símbolos é o **zero**. Estamos tão habituados com ele que tendemos a acreditar que foi surgindo naturalmente, da mesma forma como foram criados os outros números. No entanto, o zero é um caso especial: ele tem sua própria história.

Os números foram criados pelo homem a partir de suas necessidades concretas, nas diversas contagens que se apresentavam no seu dia-a-dia. Eles foram criados pela necessidade de determinar quantidades. Ora, quem não tem coisa alguma, que necessidade pode ter de contar o que não tem? Por exemplo, você tem algum elefante em sua casa? Imaginamos que não tenha! E se você **não tem** elefantes em casa, não vai sentir nenhuma necessidade de contar quantos elefantes você tem em casa. Pode-se dizer, então, que o zero **não** surgiu da necessidade de contar objetos ou coisas.

Repare que na numeração romana **não existe** um símbolo que corresponda ao nosso zero. Quando dizemos isso, não estamos afirmando que os romanos não soubessem o que era o **nada**. Assim, se um romano antigo tinha três pães e comia todos eles, sabia perfeitamente que ficava sem nenhum. O que os romanos não haviam sentido era a necessidade de criar um símbolo para **representar o nada**.

E como é que este símbolo foi criado? Para responder a esta pergunta vamos voltar ao nosso ábaco. Como já vimos, esta **máquina de calcular** é muito antiga. Durante muitos séculos ela foi o único auxiliar do homem, além de seus próprios dedos, na arte de fazer cálculos.

Agora, vamos imaginar, só por um momento, que você não conheça o zero. Faça de conta que você não conhece nenhum símbolo para representar o **nada**. De que modo você poderia, então, escrever o número indicado no ábaco abaixo.



Veja bem: não vale responder **6 204**, porque combinamos que você não conhece o símbolo zero. Também não vale escrever 6 2 – 4, porque isto é o mesmo que usar um símbolo para representar o nada; você apenas teria trocado o símbolo **0** por –.

Mas então qual é a maneira de escrever o número indicado no ábaco? A resposta é: não tendo um símbolo para representar o **vazio** da segunda fileira do ábaco, isto é, o **nada**, não poderíamos escrever aquele número!

Para escrever corretamente o número indicado no ábaco é preciso inventar um símbolo que represente o **vazio** da segunda fileira do ábaco. Um símbolo para representar o **nada**!

Foram os hindus, mais uma vez, os criadores deste símbolo que chamamos **zero**. Os árabes adotaram a numeração indiana, e foram eles que a levaram para a Europa, no século XIII. Então, o zero surgiu com o aparecimento da numeração escrita, pois precisava-se de um símbolo para representar o vazio da fileira do ábaco. Assim como o valor da posição (valor posicional) dos algarismos, o zero também surgiu do ábaco.

C O zero democratizou a aritmética

Já vimos que a numeração romana não usava o princípio da posição dos algarismos e desconhecia o zero. Por causa

disso, os cálculos dos romanos eram muito complicados. Hoje em dia, com nossos algarismos indo-arábicos não teríamos grande dificuldade em multiplicar, por exemplo, 44 por 187. No entanto, multiplicar XLIV por CLXXXVII era uma tarefa bastante complicada na Roma antiga. Tão complicada que somente poucas pessoas conseguiam realizá-la. O quadro abaixo mostra um processo que talvez tenha sido utilizado pelos romanos:

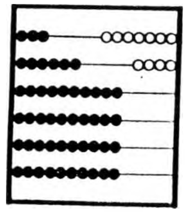
Multiplicação de XLIV por CLXXXVII

XLIV × CLXXXVII	
XL × C	MMMM
XL × L	MM
XL × X	CCCC
XL × X	CCCC
XL × X	CCCC
XL × V	CC
XL × II	LXXX
IV × C	CCCC
IV × L	CC
IV × XXX	C XX
IV × V	XX
IV × II	VIII

MMMMMMCCCCCCCCCC
CCCCCCCCCC. CLXXXXX
XXVIII
= MMMMMMMMCLXXXXX
XXVIII
= MMMMMMMMCCXXVIII

Com a criação do zero, e do princípio do valor da posição dos algarismos, os cálculos tornaram-se muito mais simples. Por essa razão, um número maior de pessoas pôde aprender a fazer cálculos. O que era privilégio de alguns passou a ser acessível a muitos outros. Portanto, pode-se dizer que o zero democratizou a aritmética.

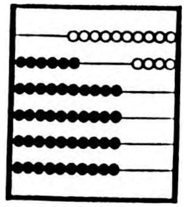
D A adição no ábaco



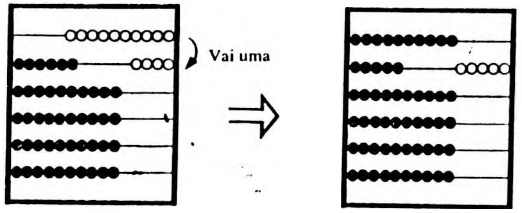
Na Aula 3, vimos como se pode usar o ábaco para contar uma boiada. Vamos ver agora como se pode usá-lo para fazer uma **adição**, quer dizer, para somar dois números. Por exemplo: 47 + 96.

Inicialmente, colocamos as bolinhas em posição que se leia **47**, como mostra a figura ao lado:

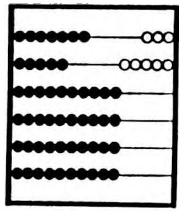
Nas **unidades** devemos somar o 7 do 47 com o 6 do 96. Na primeira fileira do ábaco, já temos as 7 bolinhas que estão à direita. Precisamos puxar mais 6 bolinhas das unidades para a direita, mas como na reserva da fileira (lado esquerdo) só existem 3 bolinhas disponíveis, levamos só estas 3. Ficam faltando mais 3, que vamos achar daqui a pouco. A situação do nosso ábaco ficou então, assim:



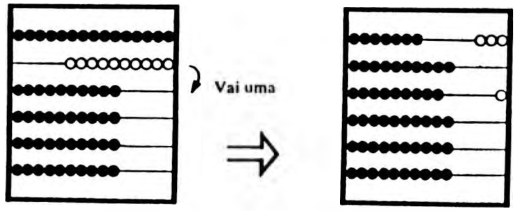
Agora substituímos as dez unidades por uma dezena, isto é, **vai uma bolinha** para a fileira das dezenas (que fica então com 5 bolinhas à direita) e todas as bolinhas das unidades voltam para a esquerda, como está indicado:



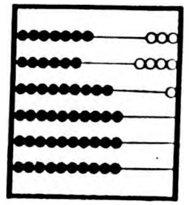
Em seguida, puxamos as 3 bolinhas que estavam faltando nas unidades para totalizar o 6 do 96. E a situação do ábaco passa a ser a seguinte:



Para somar as **dezenas** repete-se o processo. Devemos acrescentar às 5 bolinhas que já estão na segunda fileira mais 9 bolinhas das 9 dezenas do **96**. O esquema da figura seguinte mostra como se faz isso.



A seguir, procede-se como foi indicado para as unidades. E, finalmente, chegamos ao resultado da soma com o ábaco nessa posição:



Portanto: 47 + 96 = 143.

Compare agora tudo o que fizemos no ábaco com o que você está acostumado a fazer usando lápis e papel. Vamos somar:

$$\begin{array}{r} 47 \\ +\ 96 \\ \hline --- \end{array}$$

Para somar as unidades fazemos assim: 7 + 6 é igual a 13 **e vai um**:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 47 \\ +\ 96 \\ \hline --3 \end{array}$$

Qual é o significado deste **vai um**? Faça a comparação com o ábaco e perceba que estamos passando a dezena do 13 para a casa das dezenas. No ábaco isto corresponde a substituir 10 bolinhas das unidades por uma bolinha das dezenas. Prosseguindo, fazemos: 1 + 4 + 9 = 14:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 47 \\ +\ 96 \\ \hline 143 \end{array}$$

• Pegue o seu caderno e, fazendo os desenhos necessários, tente responder à seguinte pergunta: Como se faz no ábaco a subtração 742 − 387?

Use o ábaco que você construiu. Não desanime, tente encontrar a resposta certa!

Com lápis e papel, costumamos fazer assim para subtrair 387 de 742:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 6\ 3} \\ \cancel{7}\cancel{4}2 \\ -\ 387 \\ \hline 355 \end{array}$$

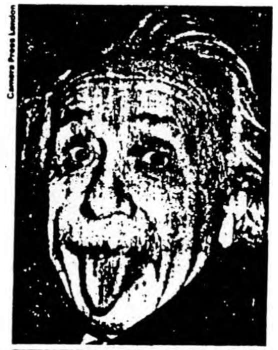
Pois bem, o que significa emprestar 1 do 4 para o 2, que passa a ser 12, enquanto o 4 cai para 3? O que significa emprestar 1 do 7 para o 3, que passa a ser 13, enquanto o 7 cai para 6?

Pense! Continuaremos na próxima aula!

AULA
5

Quem sabe fazer contas é bom matemático?

A O importante é raciocinar



Albert Einstein. Dizem que este famoso físico e matemático não era bom nas contas

Somar, subtrair, multiplicar e dividir. A todo o instante encontramos essas contas que são **operações matemáticas**. Essas operações são tão importantes na matemática que, quando uma pessoa sabe fazer contas rapidamente, seus colegas costumam dizer "o fulano é bom em matemática". Mas ser bom em matemática não é só isso, não. Para falar a verdade, existem excelentes matemáticos que são lentos nas contas. Muito mais importante que fazer contas rapidamente é conseguir **escolher as operações** que devemos realizar para resolver um problema. O que importa é **pensar e raciocinar**.

Nesta aula apresentaremos muitos problemas e você terá de raciocinar para resolvê-los. Sua tarefa principal é decidir que contas devem ser feitas. Só que, depois, essas contas terão de ser efetuadas, é claro.

Alguns problemas virão acompanhados da resolução, com explicações até se chegar ao resultado final. Outros virão só com a resposta, para que você possa conferir se acertou. E outros, ainda, não terão nenhuma resposta, porque você tem de ir arrumando jeito de saber se está acertando ou não a solução.

Quando o problema aparecer resolvido, você só deve ler a resolução depois de ter pensado no assunto. Faça uma forcinha e só **leia a resolução depois de ter resolvido sozinho o problema no caderno**. Quando não conseguir resolver um problema, é melhor conversar sobre ele com outras pessoas. Muitas vezes uma conversa ajuda a entender mais do que um texto escrito.

Outra coisa: não se preocupe em fazer **todos** os problemas desse conjunto, mas procure resolver a **maioria**.

B Quais são as contas?

Leia atentamente o problema seguinte e procure decidir que contas devem ser feitas para resolvê-lo.

☐ **1)** Uma pessoa tinha de percorrer uma estrada de 78 km. Andou 23 km no primeiro dia, 30 km no segundo e 12 km no terceiro dia. Quantos quilômetros de estrada essa pessoa tem ainda pela frente?

Resolução:

Não esqueça: **tente resolver o problema no caderno antes de ler esta resolução.**

A pessoa andou 23 km no primeiro dia, mais 30 km no segundo, **mais** ainda 12 km no terceiro dia. Logo, para se ver quanto ela andou no total, devemos **somar** 23 + 30 + 12. Façamos essa conta: nos algarismos das unidades temos 3 + 0 + 2 = 5 e nos das dezenas 2 + 3 + 1 = 6. Então:

$$\begin{array}{r} 23 \\ +30 \\ 12 \\ \hline 65 \end{array}$$

← total em km percorrido pela pessoa

A pessoa andou, no total, 65 quilômetros.

Ela andou 65 km, mas tinha de percorrer 78 km. Para que saibamos **quanto falta** percorrer, devemos **subtrair** 78 — 65. Façamos essa conta: nos algarismos das unidades temos 8 — 5 = 3 e nos das dezenas 7 — 6 = 1. Então:

$$\begin{array}{r} 78 \\ -65 \\ \hline 13 \end{array}$$

← quanto resta em km para percorrer

Resposta: A pessoa ainda tem pela frente 13 km.

Pronto, o problema está resolvido. No entanto, podemos comentar muitas coisas sobre ele. Por exemplo, na resolução, fizemos uma adição e uma subtração.

● Agora, escreva no caderno as respostas das seguintes perguntas: **Em que situações devemos somar? E quando devemos subtrair?**

Vamos continuar comentando o mesmo problema. Podemos indicar os cálculos da resolução da seguinte maneira: 78 — (23 + 30 + 12). Agora, perguntamos (e acostume-se a responder às perguntas no caderno): Na indicação 78 — (23 + 30 + 12), **para que servem os parênteses?** O que aconteceria se, esquecendo os parênteses, indicássemos a resolução assim: 78 — 23 + 30 + 12?

É, parece incrível, mas há muita matemática mesmo nos problemas mais fáceis. O problema do caminhante, por exemplo, poderia ser resolvido de outro modo. Vejamos.

Outra resolução:

Para saber quantos quilômetros restam para a pessoa percorrer, depois do primeiro dia de viagem, devemos fazer 78 — 23.

$$\begin{array}{r} 78 \\ -23 \\ \hline 55 \end{array}$$

← distância em km que resta, no fim do 1.º dia

Depois do segundo dia, restarão:

$$\begin{array}{r} 55 \\ -\ 30 \\ \hline 25 \end{array}$$

← distância em km que resta, no fim do 2.º dia

E, depois do terceiro dia, restarão:

$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 12 \\ \hline 13 \end{array}$$

← distância em km que resta, no fim do 3.º dia

Chegamos assim à resposta certa, mas por outro caminho. Esse fato de se poder resolver um mesmo problema por diferentes raciocínios é muito comum. Por isso, se você iniciar a resolução do problema de um jeito e seu colega ou nós iniciarmos de outro, não interrompa seu pensamento. Prossiga com ele e veja se consegue chegar ao resultado final. É muito importante que cada um tenha seus próprios pensamentos e os encaminhe para ver no que darão.

Agora, aceite a seguinte sugestão. Quando, na resolução de um problema, você efetuar uma conta, habitue-se a indicar, junto ao resultado obtido, o que significa aquele valor. Observe que temos feito isso, sempre.

Antes de passar ao próximo problema, responderemos a algumas das perguntas que fizemos. Compare as respostas do seu caderno com as nossas e veja se elas querem dizer a mesma coisa. Quanto às palavras usadas, fique com aquelas a que está habituado, pois esta aula é escrita para todo o Brasil e cada lugar tem suas próprias expressões.

- No seu caderno, copie as seguintes perguntas e suas respostas.

Quando devemos somar?

Resposta: Quando queremos **juntar** coisas que estão separadas. Por exemplo, no problema do caminhante, juntamos as distâncias percorridas no 1.º, 2.º e 3.º dias. Muitas vezes, a sentença que nos vem à cabeça é do tipo "tal número **mais** outro número dá um **resultado x**". Nesses casos, para obter o **resultado x** é claro que devemos somar os números dados.

Quando devemos subtrair?

Resposta: Quando de um total queremos **tirar** uma parte **para ver quanto sobra**. Outras situações onde devemos subtrair são aquelas em que queremos comparar dois números **para ver quanto um é maior do que o outro** ou **quanto falta para um chegar ao outro**, isto é, quanto devemos acrescentar a um deles para obter, como resultado, o outro.

C Mais alguns problemas

- Procure agora resolver no caderno os problemas indicados a seguir. Alguns deles têm a resposta indicada no final da aula.

☐ **2)** Carlos saiu de casa com 980 cruzeiros. Voltou com 420. Quanto gastou?

☐ **3)** Uma pessoa tem Cr$ 5.250,00 e quer comprar três mercadorias. O preço de uma das mercadorias é Cr$ 1.405,00, o de outra Cr$ 3.240,00 e o da terceira Cr$ 1.120,00. Para essa compra, sobrará ou faltará dinheiro? Quanto?

☐ **4)** No dia de receber seu salário, que é de Cr$ 19.300,00, João já tinha feito dois vales, sendo um de Cr$ 3.500,00 e outro de Cr$ 2.900,00. Quanto tinha ainda para receber?

☐ **5)** Numa de suas músicas, Luiz Gonzaga diz que "eu lhe dei vinte mil réis pra tirar três e trezentos" e aí surge uma discussão danada sobre o troco. Um diz "você tem de me voltar dezessete e setecentos"; o outro diz que o troco é "dezesseis e setecentos". Qual deles tem razão?

☐ **6)** Uma pessoa tem um emprego onde recebe Cr$ 23.000,00 por mês, mas, como a situação não anda fácil, ainda faz umas horinhas a mais na loja de um conhecido, recebendo Cr$ 4.150,00 por quinzena. No total, quanto essa pessoa recebe por mês?

☐ **7)** João saiu para comprar duas mercadorias. Chegando à loja verificou que o preço de uma delas havia aumentado Cr$ 54,00 e o da outra Cr$ 132,00. Quanto gastou a mais do que esperava?

Atenção: Uma soma é constituída de **parcelas**. Por exemplo, na soma 81 + 312 + 73, uma parcela é **81**, outra **312** e a terceira **73**.

☐ **8)** Considere uma soma de duas parcelas. Se modificarmos as parcelas, acrescentando 25 a uma delas e 44 a outra, que alteração sofrerá a soma?

☐ **9)** Considere uma soma de duas parcelas. Se modificarmos as parcelas, acrescentando 75 a uma delas e subtraindo 16 da outra, que alteração sofrerá a soma?

☐ **10)** Numa soma de duas parcelas, se subtrairmos 17 de uma parcela e 27 da outra, o que ocorrerá com a soma?

☐ **11)** Faça, agora, as operações indicadas:

a) 212 + 347 **b)** 58 + 317

c) 5 729 + 634 **d)** 1 023 − (817 + 75)

Respostas

3) Faltarão Cr$ 515,00.

4) João tinha Cr$ 12.900,00 a receber.

11) a: 559; b: 375; c: 6 363; d: 131;

AULA
6

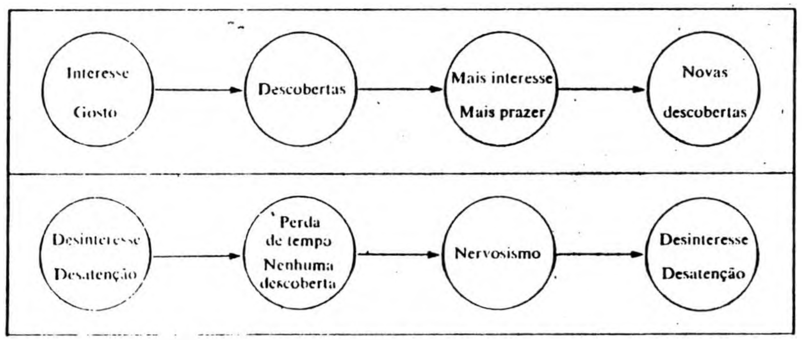
A matemática é difícil. Mas o que não é?

A O prazer das pequenas descobertas

O que é fácil? Descobrir que peça da TV pifou? Desentupir um cano? Plantar? Nadar? Desenhar? Fazer renda? Contar piada? Cozinhar? Curar?

Toda a atividade é difícil para quem a inicia. No aprendizado, o gosto e o interesse são fundamentais. Não adianta se afobar e tocar para frente de qualquer jeito. Por outro lado, o que auxilia muito é o prazer das pequenas descobertas. E, por incrível que possa parecer, quanto mais se conhece e pratica uma atividade, mais a gente descobre coisas sobre ela.

Veja o que acontece nos dois esquemas seguintes que são bem diferentes:



A matemática não é diferente das outras atividades. Nesta aula continuamos apresentando muitos problemas. Você poderá ficar de cabeça quente com um ou outro desses problemas, mas esperamos que se divirta com a maior parte deles. E consiga resolvê-los.

B Multiplicar não é problema

[ ] 1) Um estudante comprou 7 cadernos, ao preço de Cr$ 153,00 cada. Quanto pagou por todos eles?

Resolução:

Se o estudante pagasse cada caderno de uma vez, pagaria 7 **vezes** o valor de Cr$ 153,00. Por isso, para calcular o preço de todos eles, devemos fazer a **multiplicação** 7×153.

Recordemos como se faz essa multiplicação.

```
   153
    X7
? → ---
```


Temos $7 \times 3 = 21$, logo, "vão 2" para a casa seguinte. Então:

```
      2
    153
     X7
? → --1
```

Prosseguindo, temos $7 \times 5 = 35$ e $35 + 2 = 37$. Logo, "vão 3" para a casa seguinte. Assim:

```
      3
    153
     X7
? → -71
```

Finalmente, temos agora $7 \times 1 = 7$ e $7 + 3 = 10$. Portanto:

```
 153
  X7
1071  ← preço dos 7 cadernos
```

Resposta: Pagou Cr$ 1.071,00 pelos sete cadernos juntos.

- Tente responder no seu caderno à seguinte pergunta: **Quando devemos multiplicar?**

[ ] 2) Existe uma máquina que produz 238 peças por hora. Quantas peças essa máquina produz em 24 horas de funcionamento?

Resolução:

A máquina produzirá 24 vezes 238 peças, não é? Por isso, devemos efetuar a multiplicação 24×238 para saber a resposta.

Lembremos como se faz essa multiplicação:

```
    238
    X24
? → ---
```

Inicialmente, realizamos a multiplicação 238×4, e aí já temos a produção de 4 horas. Assim:

```
    238
    X24
    952  ← produção de 4 horas
? → ---
```

Falta saber a produção das 20 horas restantes e, por isso, devemos fazer a multiplicação 238×20. Essa multiplicação nada mais é que o resultado de 238 × 2 **com mais um zero**. Portanto, temos:

$$
\begin{array}{rl}
238 & \\
\times 24 & \\
\hline
952 & \leftarrow \text{produção de 4 horas} \\
+4760 & \leftarrow \text{produção de 20 horas} \\
\hline
5712 & \leftarrow \text{produção de 24 horas}
\end{array}
$$

Resposta: Em 24 horas a máquina produz 5 712 peças.

- Continue tentando responder no seu caderno à pergunta: **Quando devemos multiplicar?**

☐ **3)** Um cinema tem 26 fileiras de poltronas, e cada fileira tem 31 poltronas. Qual é a lotação desse cinema?

Resposta: A lotação é de 806 lugares (ou poltronas).

☐ **4)** Um ônibus tem um banco de cinco lugares e dezoito bancos de dois lugares. Viajam nesse ônibus 96 passageiros. Quantos passageiros estão em pé?

- A resposta à pergunta "Quando devemos multiplicar?" é: **Devemos multiplicar quando quisermos somar diversas vezes o mesmo número.** Escreva esta resposta em seu caderno.

C Mais problemas... e cuidado com o consumo de água!

☐ **5)** Lúcia comprou 12 novelos de lã a Cr$ 152,00 cada, 9 novelos de Cr$ 176,00 e 15 novelos de Cr$ 118,00 cada. Quanto gastou nessa compra?

☐ **6)** Qual foi o consumo de água de uma casa, no período entre duas leituras do hidrômetro (aparelho semelhante a um relógio, que marca qual foi o consumo de água), se a primeira leitura mostrava **1 628 metros cúbicos** e a segunda marcava **1 645 metros cúbicos?**

☐ **7)** Pegue uma conta de água. Localize nela a leitura anterior e a atual. Agora, calcule o consumo e veja se o resultado confere com o indicado na conta. (Se você não recebe conta de água, use a conta da ilustração para encontrar a resposta.)

N.º CONTA BANCARIA | BANCO | AGÊNCIA | NOS BANCOS AUTORIZADOS

TO E FALTA D'ÁGUA · DISQUE 195 · DIA E NOITE

VILA	S/LOCAL	LEITURAS M³ ANTERIOR	LEITURAS M³ ATUAL	DATA CL	DATA DIA	DATA MÊS	CONSUMO M³	VENCIMENTO
		2240	2266	15	27	11	26	28/12/81

	ESGOTOS Cr$	SERVIÇOS Cr$	CO	DEBITO ANTERIOR Cr$	TOTAL A PAGAR - Cr$
4	348,66	*******		*************	783,90

☐ **8)** Pelo abastecimento de água nas casas paga-se um preço pelo metro cúbico gasto, nos primeiros 15 metros cúbicos de consumo mensal. Se o consumo mensal for superior a 15 m³ (metros cúbicos), o preço dos metros cúbicos seguintes já é maior. E se o consumo mensal for superior a 50 m³, o preço dos metros cúbicos seguintes será maior ainda. Na tarifa do esgoto, considera-se o volume coletado como sendo o mesmo do consumo de água, mas a tabela de preços utilizada é outra. Veja as tabelas seguintes:

Tarifa (preço) da água em São Paulo (1.º semestre de 1981)		Tarifa do esgoto em São Paulo (1.º semestre de 1981)	
Consumo mensal	Preço do metro cúbico	Coleta mensal	Preço do metro cúbico
primeiros 15 m³	Cr$ 11,00	primeiros 15 m³	Cr$ 9,00
de 15 m³ até 50 m³	Cr$ 19,00	de 15 m³ até 50 m³	Cr$ 19,00
acima de 50 m³	Cr$ 32,00	acima de 50 m³	Cr$ 32,00

Agora, levando em conta os dados das tabelas acima, preencha os locais assinalados na conta de água e de esgotos, que apresentamos na figura seguinte.

N.º CONTA BANCARIA | BANCO | AGÊNCIA | ESTA CONTA DEVE SER PAGA NOS BANCOS AUTORIZADOS

S DE VAZAMENTO E FALTA D'ÁGUA · DISQUE 195 · DIA E NOITE

CODIFICAÇÃO SABESP

QUADRA	LOCAL	VILA	S/LOCAL	LEITURAS M³ ANTERIOR	LEITURAS M³ ATUAL	DATA CL	DATA DIA	DATA MÊS	CONSUMO M³	VENCIMENTO
0301	0193			1505	1526	15	27	11	21	28/12/81

ÁGUA Cr$	ESGOTOS Cr$	SERVIÇOS Cr$	CO	DEBITO ANTERIOR Cr$	TOTAL A PAGAR - Cr$
		*******		*************	

Resposta: Cr$ 279,00 (água); Cr$ 249,00 (esgoto); Cr$ 528,00 (total a pagar).

- Agora, pense bem. Você viu que o preço do metro cúbico de água nem sempre é o mesmo. Com que finalidade as tarifas são mais altas à medida que se gastam mais metros cúbicos? Em sua opinião, essa finalidade é justa? Por quê?

☐ **9)** Num anúncio, o preço de um aparelho de televisão em cores é Cr$ 89.260,00 a vista. O mesmo aparelho a prazo custa Cr$ 9.920,00 de entrada, mais 15 prestações desse mesmo valor. Qual é a diferença entre o valor total da compra a vista ou a prazo?

Resposta: A diferença é de Cr$ 69.460,00.

D Dividir vai deixar de ser problema

Continuemos resolvendo alguns problemas e recordando.

☐ **10)** Uma Kombi está sendo vendida em prestações mensais de Cr$ 45.192,00. Seis pessoas se associaram para comprá-la, pagando todas elas a mesma quantia mensal. Quanto cada uma está pagando por mês?

Resolução:

Para saber o resultado, devemos **dividir** a prestação igualmente entre as seis pessoas. Por isso, para calcular quanto cada pessoa está pagando por mês devemos fazer a divisão 45 192 ÷ 6.

Vamos recordar como se faz a divisão:

```
45192 |6
       ---- ←?
```

Como 4 é menor do que 6, vamos dividir 45 por 6. Nessa divisão, 7 ainda é possível para quociente, pois 7 × 6 = 42, mas 8 já não é, porque 8 × 6 = 48. Ficamos, então, com o 7:

```
 45192 |6
-42     7--- ←?
  31
```

Na divisão 31 por 6, 5 ainda é possível, mas 6 já não é. Por isso, temos:

```
 45192 |6
-42     75-- ←?
  31
 -30
   19
```

Continuando desse mesmo jeito, a gente fica com:

```
 45192 |6
-42     753- ←?
  31
 -30
   19
  -18
    12
```

Finalmente, chegamos ao seguinte:

```
 45192 |6
-42     7532
  31
 -30
   19
  -18
    12
   -12
     0
```

Resposta: Cada pessoa está pagando Cr$ 7.532,00 por mês.

• Tente responder por escrito no seu caderno: **Quando devemos fazer uma divisão?**

☐ **11)** Certo dia, o prêmio da Loteria Esportiva foi de Cr$ 267.999.979,00 e 23 apostadores acertaram o resultado. Quanto ganhou cada um?

Para se saber quanto ganhou cada um, o valor do prêmio deve ser **dividido** entre os 23 acertadores. **Faça** a divisão no caderno. **Vá** com calma porque a divisão fica mais difícil quando a bolada é grande, não é?

Resposta: Cada acertador ganhou Cr$ 11.652.173,00.

• Continue insistindo. Veja se consegue responder no seu caderno à pergunta: **Quando devemos fazer uma divisão?**

☐ **12)** Uma fábrica de sabão em pedra embala os produtos em caixas de 4 dúzias. Para embalar 15 600 pedras de sabão, quantas caixas serão usadas?

Resolução:

Ora, cada caixa contém 4 dúzias, ou seja, 48 pedras de sabão. Para saber quantas vezes 48 cabe em 15 000 devemos dividir, como demonstra a conta ao lado.

```
 15600 |48
-144    325
  120
 - 96
   240
  -240
   000
```

Resposta: Serão usadas 325 caixas.

• A resposta à pergunta "Quando devemos fazer uma divisão" é: **Devemos fazer uma divisão quando queremos dividir um total em partes iguais ou quando queremos saber quantas vezes um número cabe no outro.** Ou seja, devemos dividir quando desejamos saber por quanto devemos multiplicar um número para obter, como resultado, o outro número. Escreva toda essa resposta no seu caderno.

☐ **13)** A tabela do gasto de energia elétrica de muitos aparelhos eletrodomésticos indica que você deve tomar banhos rápidos de chuveiro. Use a matemática para comprovar essa verdade. Observando a tabela, calcule quanto tempo uma enceradeira pode ficar ligada para gastar a mesma quantidade de energia que o chuveiro elétrico gasta em 10 minutos. Resolva esse problema no seu caderno.

Tabela de gasto de energia elétrica (1980)

Aparelho	Consumo em uma hora (Watts-hora)	Cr$
Aspirador de pó	250	0,86
Chuveiro elétrico	3 000	10,32
Enceradeira	250	0,86
Ferro elétrico	1 000	3,43
Geladeira	125	0,43
Gravador de som	50	0,17
Lâmpada de 100 velas	100	0,34
Liquidificador	250	0,86
Rádio	10	0,03
Televisão preto e branco	60	0,20
Televisão em cores	140	0,48

Fonte: Light

AULA
7

Faça as contas e economize...

[A] O que sai mais barato?

A gente sabe que, de uma casa comercial para outra, os preços variam. Além disso, muitos dos descontos oferecidos são enganosos. Por isso, precisamos estar atentos e fazer as contas. Por exemplo, o que é mais vantajoso comprar: um tubo de pasta de dente de 50 gramas por Cr$ 57,00 ou um, da mesma marca, de 100 gramas, por Cr$ 91,00? Um pacote de sabão em pó, de 1 quilo, por Cr$ 270,00, ou um, da mesma marca, de 600 gramas, por Cr$ 150,00?

Essas duas perguntas são do mesmo tipo. A primeira é até respondida com rapidez, porque as contas podem ser feitas mentalmente. Mas, para responder a segunda pergunta temos de fazer as contas no papel, não é?

A dificuldade da comparação surge porque temos **quantidades diferentes** do produto. Para acabar com ela, basta que comparemos **quantidades iguais** do produto. Por exemplo, para decidir entre os pacotes de sabão em pó, podemos ver quanto será o preço de 100 gramas do sabão, em cada um deles.

No pacote de 1 quilo quantas partes de 100 gramas existem?

No pacote de 600 gramas quantas partes de 100 gramas existem?

No de 1 quilo há 10 partes de 100 gramas, custando um total de Cr$ 270,00. Então, nesse pacote, 100 gramas custam:

$$270 \div 10 = 27 \leftarrow \text{preço de 100 gramas no pacote de 1 quilo}$$

No pacote de 600 gramas, há 6 partes de 100 gramas, custando um total de Cr$ 150,00. Então, nesse pacote, 100 gramas custam:

$$\begin{array}{r|l} 150 & 6 \\ \hline -12 & 25 \leftarrow \text{preço de 100 gramas no pacote de 600 gramas} \\ 30 & \\ -30 & \\ 0 & \end{array}$$

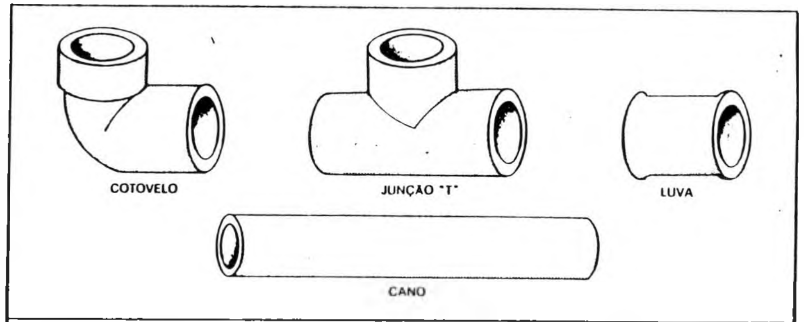
Conclusão: O pacote de 600 gramas é mais econômico que o outro. Em cada 100 gramas, economizamos 2 cruzeiros. Em cada quilo, economizamos 20 cruzeiros.

[B] Problemas para auxiliar você a controlar seu orçamento

• Tente resolver esses problemas no seu caderno.

☐ **1)** Para ter uma base de quantas laranjas havia numa caixa, sem perder tempo em contá-las, uma pessoa contou apenas as frutas da camada superior, verificando que havia 29 laranjas. Avaliou ainda que a caixa tinha pelo menos 5 camadas iguais àquela. Desse modo, em quanto deve ter avaliado o número mínimo de laranjas contidas na caixa?

☐ **2)** Para reformar o encanamento de sua casa, uma pessoa precisa de 30 m de cano, 13 cotovelos, 6 "T" e 8 luvas. Na loja, ela soube que um cano de 6 metros custa Cr$ 522,00, um cotovelo Cr$ 33,00, um "T" Cr$ 38,00 e uma luva Cr$ 25,00. Em quanto fica o orçamento do material?



Material de encanamento

☐ **3)** Querendo medir o consumo de seu caminhão, o motorista chegou a um posto e mandou completar o tanque. Enquanto enchiam o tanque, ele tomou nota da quilometragem do veículo, indicada no marcador do painel: 25 383 quilômetros. Depois, seguiu a viagem. Quando o marcador de quilometragem estava indicando 25 667 quilômetros, ele entrou em outro posto e mandou completar o tanque. Então, o rapaz do posto colocou 71 litros de combustível no tanque do caminhão. Agora, responda: Qual foi o consumo do caminhão? Ou seja, em média, quantos quilômetros o caminhão andou com 1 litro de óleo diesel?

Resposta: O consumo foi de 4 quilômetros por litro.

☐ **4)** O que sai mais em conta: um vidro de 125 gramas de chocolate em pó por Cr$ 40,00 ou uma lata de 500 gramas do mesmo chocolate em pó por Cr$ 135,00?

☐ **5)** A diferença de preço na compra por atacado ou a varejo em geral é grande. Calcule a diferença no preço de 12 dúzias de laranjas compradas num centro de abastecimento (onde a caixa com 12 dúzias custa Cr$ 600,00) e 12 dúzias compradas num supermercado (onde a dúzia de laranjas custa Cr$ 72,00).

• Nas compras, muitas vezes a gente encontra um mesmo produto, mas em diferentes quantidades e preços (veja o problema 4). Tente se lembrar de alguma ocasião em que você observou uma dessas situações e "faça as contas". Se não se recorda de situações desse tipo, pode ter certeza de que elas aparecerão. Aí, não deixe de verificar qual das ofertas do comércio é a mais vantajosa.

☐ **6) Em 1981** uma pessoa queria comprar um carro. Ela escolhera a marca, faltando apenas decidir se seria a álcool ou não. Decidiu, então, comprar o carro que, no momento, apresentava menor gasto de combustível. As informações eram de que o modelo a gasolina tinha um consumo médio de 13 quilômetros por litro e que o consumo do modelo a álcool era de 10 quilômetros por litro. O preço do litro da gasolina era de Cr$ 66,00 e o do álcool Cr$ 42,00. Que modelo essa pessoa acabou comprando?

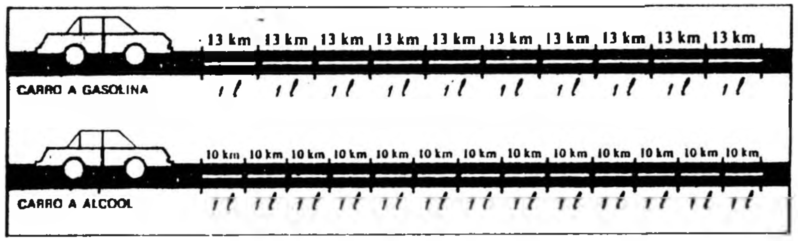
Resolução:

Em 13 quilômetros, o modelo a gasolina consome 1 litro. Em 10 quilômetros, o a álcool consome 1 litro.

A dificuldade da comparação está no fato de que temos os consumos em **distâncias diferentes**. Por isso, vamos comparar esses consumos para a **mesma distância**. Para essa distância poderíamos tomar qualquer valor. Mas é mais cômodo escolher um valor onde 10 quilômetros e 13 quilômetros caibam um número inteiro de vezes como, por exemplo, 130 quilômetros.

Quantos trechos de 13 km existem num percurso de 130 km?

Quantos trechos de 10 km existem num percurso de 130 km?



No percurso de 130 km, existem **10 trechos de 13 km**, e em cada um deles o modelo a gasolina consome **1 litro**. Assim, serão consumidos **10 litros** de gasolina, custando:

$10 \times 66 =$ **Cr$ 660,00**

Nesse **mesmo percurso** de 130 km, há **13 trechos de 10 km** e em cada um o modelo a álcool consome **1** litro. Assim, serão consumidos **13 litros** de álcool, custando

$13 \times 42 =$ **Cr$ 546,00**

Conclusão: A pessoa deve ter escolhido o carro a álcool. Em relação ao outro, em 130 quilômetros ela economiza a quantia de Cr$ 114,00.

☐ **7)** Por qual número devemos multiplicar 37 para obter o resultado 777?

C A ordem dos fatores altera ou não altera o produto?

• Um produto é constituído de **fatores**. Por exemplo, no produto 15×23, um dos fatores é **15** e o outro **23**.

☐ **8)** Pedro contava prosa. Dizia que o barco afundara porque já haviam pescado uns 20 peixes de 15 quilos. Mais adiante inverteu tudo e falou em 15 peixes de 20 quilos. O pessoal riu, mas Pedro retrucou em cima: — A ordem dos fatores não altera o produto. (Ou seja, a ordem dos fatores não altera o resultado.) Ele está certo?

☐ **9)** Dê um exemplo de produto. Se você modificar um dos fatores do seu exemplo, multiplicando seu valor por 2, que alteração sofrerá o produto? Isso acontecerá com qualquer produto? Mesmo que ele tenha três fatores?

☐ **10)** Um certo produto tem dois fatores. Se cada um desses fatores for multiplicado por 2, que alteração sofrerá o produto?

Resposta: O produto quadruplicará, isto é, ficará multiplicado por 4.

☐ **11)** Um número é par, outro é impar. A soma deles pode ser um numero par? O produto deles é obrigatoriamente número par? (Se você não lembra: todos os números terminados por 0, 2, 4, 6 e 8 são PARES. Os terminados por 1, 3, 5, 7 e 9 são IMPARES.)

☐ **12)** Num produto de dois fatores, um deles é um número ímpar e o outro é par. Se o número impar for multiplicado por 2 e se o produto não mudou, o que aconteceu com o outro fator?

☐ **13)** Um rapaz foi ao armazem levando a quantia exata para comprar 8 quilos de açúcar. Chegando lá, para sua surpresa o preço do açúcar havia dobrado. Quantos quilos de açúcar ele pôde comprar?

☐ **14)** Considere o produto 5×28. Se o fator impar for multiplicado por 2 e o fator par for dividido por 2, o que acontecerá ao produto?

D A mágica das contas de cabeça

Se alguem faz de cabeça a conta 5×28, certamente deixa algumas pessoas impressionadas com sua proeza. No entanto, em geral, a mágica das contas de cabeça se baseia em alguns truques simples como este: 5×28 é a mesma coisa que 10×14 (você percebeu isso ao resolver o exercício anterior). Assim transformamos uma multiplicação por 5 em outra, equivalente, por 10. E aí o resultado logo aparece: 140.

☐ **15)** Agora experimente: faça, de cabeça, as contas 5×56 e 5×72.

☐ **16)** Quatro pessoas farão, juntas, uma viagem de ida e volta entre Ilhéus e Vitória da Conquista. Elas vão num carro que faz, em média, 12 km por litro e a distância entre aquelas cidades é de 300 km. Ao preço atual da gasolina, qual será a contribuição de combustível de cada uma se elas vão dividir igualmente os gastos?

☐ **17)** Num parque de diversões, uma barraca de tiro ao alvo funciona no seguinte esquema: o freguês paga **Cr$ 50,00** por 5 tiros e por um tiro na "mosca" (centro do alvo) ele recebe **Cr$ 30,00**. Um freguês deu um total de 20 tiros e saiu da barraca com **Cr$ 160,00** a mais do que quando chegou. Quantos tiros ele acertou "na mosca"?

Resolução:

Para chegar à resposta do problema, você pode experimentar **algum palpite sobre o número de tiros "na mosca"**. Com este palpite, você faz as contas e vê quanto o atirador saiu lucrando. Se for menos de **Cr$** 160,00, você parte para uma nova tentativa, aumentando o número de acertos no novo palpite. **Faça essas tentativas no caderno** e você vai ver que, desse jeito, dá para obter a resposta.

Deixando agora as tentativas de lado, vejamos quanto o freguês pagou para dar os 20 tiros. Foram Cr$ 200,00, não é?

Se o atirador saiu com 160 cruzeiros a mais do que quando chegou é porque, com seus tiros na "mosca", ele conseguiu recuperar os Cr$ 200,00 dos pagamentos e ainda obteve **mais Cr$** 160,00.

$$200 + 160 = 360$$

Esse total de 360 cruzeiros foi sendo obtido de 30 em 30 cruzeiros, por causa de cada acerto. Então, para saber o número de tiros na "mosca", basta ver **quantas vezes 30 cabe em 360**. $360 \div 30 = 12$

Resposta: Foram 12 tiros na "mosca".

E Aprendendo a conferir as respostas

Chegando à resposta de um problema, surge a dúvida: Será que cometemos algum erro nas contas ou no raciocínio? A fim de termos certeza de que a resposta está certa devemos conferi-la. Para isso, usamos a própria resposta para investigar se os dados do problema se confirmam.

Habitue-se a conferir as respostas dos problemas. Por exemplo, no problema do tiro ao alvo chegamos à conclusão de que o freguês acertou 12 tiros na "mosca". Com essa resposta, vamos fazer os cálculos.

Pelos acertos, o atirador recebeu $12 \times 30 = 360$ cruzeiros. Pelos 20 tiros ele pagou $4 \times 50 = 200$ cruzeiros.

Para ver quanto ele recebeu a mais do que pagou, faremos $360 - 200 = 160$, **e esse é exatamente o valor que aparece no caso tratado pelo problema!**

Portanto, todos os dados se confirmaram (leia novamente o problema) e nossa resposta **deve** estar certa.

☐ **18) Matematize uma situação de sua vida**, isto é, faça as contas correspondentes a tal situação. Só para **exemplificar**: Já tentou calcular o lucro mensal da empresa de ônibus que você toma diariamente?

● **Resolva o problema 18, no caderno**, e mostre a resolução aos colegas, para eles verem **se** você esqueceu de incluir alguma despesa ou arrecadação importante.

A partilha das laranjas

A Usando matemática em atividades coletivas

Nas grandes cidades brasileiras vem surgindo o costume de casais amigos se reunirem, semanal ou quinzenalmente, para comprar alimentos nos mercados centrais de abastecimento. Nesses centros os preços são mais baixos porque os vendedores são **atacadistas**, isto é, só vendem grandes quantidades, de cada vez.

Pavilhão da Companhia de Entrepostos e Armazéns Gerais de São Paulo, um dos grandes centros de abastecimento do país.

O hábito dessas famílias apresenta muitas vantagens, pois as pessoas conseguem alimentos de melhor qualidade e economizam um bom dinheiro. Além disso, realizam uma atividade coletiva conversando, brincando e escolhendo juntos os alimentos que compram. Percebendo ou não, essas pessoas estão realizando operações matemáticas.

Imagine que numa dessas compras conjuntas ocorra o seguinte: 18 casais param diante de uma banca e resolvem comprar 10 caixas de laranjas. O vendedor informa que cada caixa possui aproximadamente 13 dúzias de laranjas. Este número não é exato, ele varia de caixa para caixa conforme o tamanho das laranjas. É preciso considerar, ainda, que há sempre algumas frutas estragadas e que, portanto, não serão aproveitadas. E, ao informar o número aos compradores, o vendedor deve ter exagerado a quantidade de frutas em cada caixa. Por todas essas razões, os casais sabem que sua compra terá um número de laranjas aproveitáveis inferior ao de **10** caixas de **13** dúzias de **12** laranjas cada uma.

- **Atenção**: Vamos interromper um pouquinho a nossa história para você verificar que o número **"10 caixas de 13 dúzias de 12** laranjas" pode ser obtido fazendo as seguintes operações: $10 \times 13 \times 12$.

Nas anotações desta aula, faça em seu caderno essas duas multiplicações e encontre o número total de laranjas que o vendedor diz ter nas 13 caixas.

Procure perceber agora que:
10 caixas **de** 13 dúzias **de** 12 laranjas é o mesmo que
10 **vezes** 13 **vezes** 12

Pense um pouco e, então, responda às perguntas: A palavra **de** está ligada a alguma **operação matemática?** A qual das operações que você já conhece?

Voltemos à nossa história. Havíamos parado no ponto em que os casais sabiam que só aproveitariam um número de laranjas menor do que 1 560.

Uma das compradoras, que gostava muito de fazer contas, foi encarregada pelo grupo de fazer a divisão das laranjas. Pensando nas razões que já vimos, a moça fez uma previsão bem por baixo e, imaginando que houvessem 1 080 laranjas, concluiu que cada um dos 18 casais deveria receber 60 laranjas.

- Faça no seu caderno a operação matemática que a moça realizou.

Cada casal recebeu as 60 laranjas a que tinha direito. Mas, para felicidade geral de todos, eles notaram que ainda sobravam muitas laranjas aproveitáveis para serem divididas. Novamente, a moça que gostava de fazer contas foi encarregada da divisão das laranjas que restaram. Fazendo outra previsão por baixo, e imaginando que houvessem sobrado 270 laranjas, ela concluiu que cada um dos 18 casais deveria receber mais 15 laranjas.

- Faça, agora, no seu caderno a operação matemática que a moça realizou para chegar à nova conclusão.

Retomando a história, cada casal guardou as novas 15 laranjas a que tinha direito e, alegremente, notou que ainda restavam algumas dezenas de laranjas. Assim, antes mesmo que a moça que gostava de fazer contas desse qualquer opinião, cada casal guardou mais uma laranja.

Terminada a operação, e colocadas de lado algumas laranjas estragadas, ainda sobraram 15 laranjas. **Agora não era mais possível dividir esta quantidade de laranjas entre os 18 casais compradores**. Alguém então sugeriu que se fizesse um sorteio das 15 laranjas restantes. Mas, o grupo não concordou com a idéia. Fraternalmente, e deixando a matemática de lado, saíram em busca de outros alimentos, chupando as laranjas que haviam sobrado.

- Relendo essa história, volte ao seu caderno e calcule o número total de laranjas aproveitáveis. Calcule também quantas laranjas aproveitáveis havia a menos do que o vendedor informara.

Se fez corretamente os cálculos, você descobriu que os casais compraram 1 383 laranjas aproveitáveis, o que representa 177 laranjas aproveitáveis a menos do que informara o vendedor.

- Mais uma vez volte ao seu caderno e calcule agora o número de laranjas aproveitáveis que coube a cada casal.

Se realizou corretamente esse cálculo, você sabe agora que cada casal ficou com 76 laranjas.

B A divisão com resto

Se nos preocuparmos apenas com a parte matemática da história que acabamos de ver, teríamos o seguinte problema:

Se forem vendidas 1 383 laranjas a 18 casais, com quantas laranjas ficará cada casal e quantas laranjas sobrarão sem serem divididas?

Como você já viu, esse problema tem a seguinte resposta:

Cada casal ficou com 76 laranjas e sobraram, sem serem divididas, 15 laranjas.

Apresentado dessa maneira, o problema nos fornece dois números **dados: 1 383 e 18;** e nos pede dois números como **resposta: 76 e 15.**

Esses quatro números (dois dados e duas respostas) formam uma operação chamada **divisão**, que pode ser apresentada com os números colocados em posições especiais da seguinte forma:

dados

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 18 \\ \hline 15 & 76 \end{array}$$

respostas

O número que é dividido (no caso, o total de **1 383** laranjas) é chamado **dividendo**.

O número pelo qual se divide (no caso, o total de **18** casais) é chamado **divisor**.

O principal resultado da divisão (no caso, o total de **76** laranjas que coube a cada casal) é chamado **quociente**.

E o outro resultado da divisão (no caso, o total de **15** laranjas que sobraram) é chamado **resto.** Ou seja:

dados

$$\begin{array}{r|l} \text{dividendo} & \text{divisor} \\ \hline \text{resto} & \text{quociente} \end{array}$$

respostas

Às vezes, por coincidência, o **resto** de uma divisão pode ser igual a zero. É o que aconteceria na nossa história se, depois que cada casal guardasse a última laranja, não sobrasse mais nenhuma aproveitável para ser dividida. Em um caso assim, a divisão é chamada de **divisão exata** e você viu como realizá-la quando estudou as quatro operações em aulas anteriores.

Você já calculou no caderno o número total de laranjas aproveitáveis e, para conseguir isso, deve ter raciocinado da seguinte maneira:

Número total de laranjas aproveitáveis:

$$\underbrace{76}_{\text{quantia que coube a cada casal na partilha}} \times \underbrace{18}_{\text{número de casais que participavam da partilha}} + \underbrace{15}_{\text{sobra que não pode mais ser dividida}} = 1\,383$$

Volte, então, a examinar os nomes que foram dados aos números que fazem parte de uma divisão:

$$\begin{array}{r|l} \text{dividendo} & \text{divisor} \\ \cline{2-2} \text{resto} & \text{quociente} \end{array}$$

Perceba que, para encontrar o número total de laranjas aproveitáveis, você fez:

$$\underbrace{76}_{\text{quociente}} \times \underbrace{18}_{\text{divisor}} + \underbrace{15}_{\text{resto}} = \underbrace{1\,383}_{\text{dividendo}}$$

Logo, um fato importante na divisão é que:

quociente $\times$ divisor $+$ resto $=$ dividendo

E, quando faz uma divisão, você pode utilizar esse fato para **tirar a prova**, ou seja, verificar se a divisão está certa.

Assim, a divisão
$$\begin{array}{r|l} 2384 & 17 \\ \cline{2-2} 4 & 140 \end{array}$$

está correta pois: $140 \times 17 + 4 = 2\,384$.

Já a divisão
$$\begin{array}{r|l} 5321 & 29 \\ \cline{2-2} 11 & 183 \end{array}$$

não está correta pois: $183 \times 29 + 11 = 5\,318$, que é diferente de 5 321.

C O resto é menor que o divisor

Voltando ao texto da partilha das laranjas, procure perceber que, ao guardarem as primeiras 60 laranjas, mesmo sem o saber, os casais estavam fazendo a seguinte operação:

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 18 \\ \cline{2-2} 303 & 60 \end{array}$$

que é uma divisão inacabada, já que a sobra de 303 laranjas ainda podia ser dividida entre os 18 casais.

Quando os casais guardaram mais 15 laranjas, mesmo sem o saber, estavam fazendo a seguinte operação:

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 18 \\ \cline{2-2} 33 & 75 \leftarrow (60+15) \end{array}$$

que ainda é uma **divisão inacabada**, já que a sobra, 33, ainda podia ser dividida por 18.

Quando os casais guardaram a última laranja, mesmo sem o saber, estavam fazendo a seguinte operação:

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 18 \\ \cline{2-2} 15 & 76 \leftarrow (60+15+1) \end{array}$$

que, agora sim, é uma **divisão acabada**, já que a sobra, 15, não pode mais ser dividida por 18. Assim, nada mais restou aos casais, a não ser chupar as 15 laranjas e partir para a compra de outros alimentos.

Logo, o outro fato importante da divisão é:

O resto é sempre menor que o divisor.

Assim, a divisão
$$\begin{array}{r|l} 7528 & 15 \\ \cline{2-2} 128 & 480 \end{array}$$

não está correta pois está inacabada, ou seja, o que seria o resto, 128, **é** maior que o divisor 15.

Então, quando você for **tirar a prova** de uma divisão, para ver se ela está certa, faça sempre duas verificações:

1.ª) Veja se: **quociente $\times$ divisor $+$ resto $=$ dividendo.**

2.ª) Veja se: **resto é menor que o divisor.**

Outra coisa importante que você deve saber é que para fazer uma divisão com resto você procede do mesmo modo que para uma divisão exata. Vamos, por exemplo, dividir 1 383 por 18.

Inicialmente você divide 138 por 18, ou seja, procura o maior número que, multiplicado por 18, não ultrapasse 138; então você encontra **7**:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{138}3 & 18 \\ \cline{2-2} \_\,\_\,\_ & 7\_ \end{array}$$

Em seguida, você multiplica 7 por 18, encontrando 126 e, depois, faz 138 — 126, encontrando **12**:

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{138}3 & 18 \\ \cline{2-2} -126 & 7\_ \\ \hline 12\_ & \end{array}$$

Agora, você abaixa o número 3, colocando-o após o 12:

$$\begin{array}{r|l} 138\hat{3} & 18 \\ \cline{2-2} -126 & 7\_ \\ \hline 123 & \\ \_\,\_\,\_ & \end{array}$$

Então, você divide 123 por 18, ou seja, procura o maior número que, multiplicado por 18, não supere 123. E você encontra **6**.

Em seguida você multiplica 6 por 18, encontrando **108**; depois faz 123 — 108, encontrando **15** e aí, como não há como continuar, você termina sua conta, chegando ao resultado final: **quociente** = 76 e **resto** = 15. Assim:

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 118 \\ -126 & 76 \\ \hline 123 & \\ -108 & \\ \hline 15 & \end{array}$$

Com um pouco de prática nesta operação você pode deixar de escrever os números 126 e 108, resumindo então a operação da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} 1383 & 118 \\ 123 & 76 \\ 15 & \end{array}$$

[D] Treinando mais um pouco a divisão com resto

☐ **1)** Se fossem distribuídas 1 560 laranjas aproveitáveis pelos 18 casais, quantas laranjas teria recebido cada casal e quantas laranjas teriam sobrado sem serem divididas? Confira sua resposta no final da aula.

☐ **2)** Faça as divisões:

a) 12827 |131 **b)** 2688 |126 **c)** 8307 |139

Tire a prova, isto é, verifique se as divisões estão corretas e, se necessário, corrija-as.

☐ **3)** Preencha o quadrinho com o número que torna correta a operação. Depois, confira sua resposta no fim da aula.

$$\begin{array}{r|l} \boxed{} & 27 \\ 12 & 38 \end{array}$$

[E] Agora descubra a presença da matemática em sua vida!

Pense:

Na história da partilha das laranjas, uma moça e não alguns dos 18 homens presentes é que fazia os cálculos. Quem tem mais jeito para a matemática: homens ou mulheres? Você acha que o interesse pela matemática ou por outra área de estudo depende do sexo da pessoa?

Na história da partilha das laranjas, o problema só foi resolvido na 3.ª tentativa. Os problemas que você tem na sua vida diária são resolvidos sempre na 1.ª tentativa? Você faz mais de uma tentativa para resolvê-los?

Na história da partilha das laranjas, o problema de o que fazer com as 15 laranjas que sobraram foi resolvido com a ajuda da matemática?

Respostas

1) Cada casal teria recebido 86 laranjas e teriam sobrado 12 laranjas sem serem divididas.

3) 1038 |27
12 38

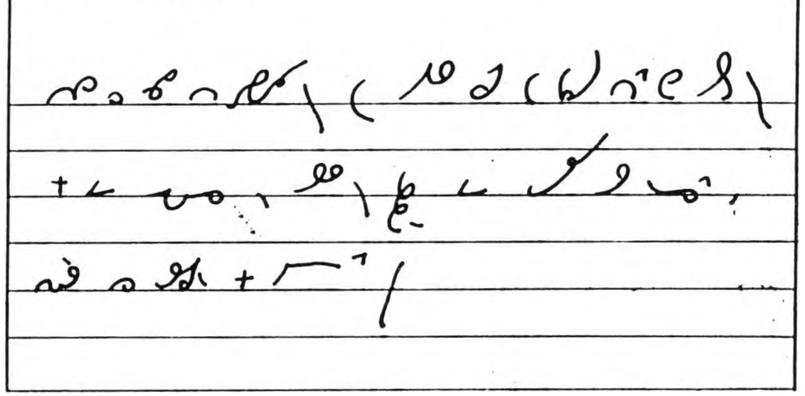
AULA 9

Encurtando a conversa

[A] A comunicação é feita por códigos

Alguns jornalistas acompanham a inauguração de um centro de saúde. Quando o prefeito foi discursar, um jornalista ligou seu gravador enquanto outro começou a anotar tudo o que o prefeito dizia. E por mais que o prefeito falasse, o repórter ia escrevendo, sem perder uma palavra. Eis um trecho de suas anotações:

Anotações feitas pelo repórter



Pois é, não foi à toa que ele conseguiu anotar todo o discurso. O repórter usa um **código** para suas anotações e, depois, decodifica o que anotou, quer dizer, volta a colocar palavras no lugar dos rabiscos. Depois de decodificados, os rabiscos ficaram assim:

> "Tenho a honra de inaugurar, como prefeito eleito que cumpre tudo o que promete, mais esse serviço ao povo, colocando esse exemplar posto de saúde à disposição da população mais necessitada."

O código usado pelo repórter era a **taquigrafia**.

Na matemática também foram criados códigos. Assim, sinais como +, −, ×, ÷ e outros são comumente encontrados nos livros de matemática. Se você estiver em outro país e escrever 5 + 2 = ..., é bem provável que as pessoas completem com 7, mesmo não falando a nossa língua. Não é impressionante?

Se uma pessoa, porém, nunca tiver visto os símbolos + e =, ela não conseguirá completar a frase 5 + 2 = ..., mesmo sabendo que "cinco mais dois dá sete". É como o caso do repórter. Ele pode pedir para a gente completar a frase mais simples do mundo, mas se usar aqueles rabiscos não conseguiremos responder. Quer ver? Então tente completar a seguinte frase:

Está vendo? Esta frase escrita em código taquigráfico diz: "Meu nome é. . .". Ora, não conseguimos nem escrever o nosso próprio nome porque não entendemos o código, não é?

Para quem está acostumado com um código, tudo fica mais fácil. Comprove isso completando as frases seguintes:

$7 + 6 =$ $\qquad$ $3 \times 4 =$

$12 - 8 =$ $\qquad$ $15 \div 5 =$

O código dos matemáticos, como o dos jornalistas, tem a vantagem de **encurtar a conversa**, mas traz também uma desvantagem: até nos acostumarmos aos símbolos de um código teremos dificuldades. Mais ainda: para aqueles que não conhecem o significado, os símbolos não passam de rabiscos.

Um modo mais curto de escrever $2 + 2 + 2 + 2$ é escrever 4×2, enquanto, para encrutar

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6,$$

podemos escrever 8×6.

Siga o exemplo e, no seu caderno, abrevie:

Exemplo: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \times 3$

$8 + 8 + 8 + 8 =$ $\qquad$ $7 + 7 + 7 =$

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$

Nos casos seguintes, use seu caderno para transformar a multiplicação em adições, conforme o exemplo.

Exemplo: $4 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7$

$5 \times 8 =$ $\qquad$ $3 \times 9 =$ $\qquad$ $2 \times 6 =$

[B] Um novo símbolo

Veremos agora um novo símbolo. Representaremos, por exemplo, $5 \times 5 \times 5$ pelo símbolo 5^3. É isso mesmo: o número de cima indica quantas vezes o de baixo deve ser **multiplicado por ele mesmo**.

Observe bem o exemplo e, no caderno, abrevie as multiplicações seguintes usando o novo símbolo.

Exemplo: $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^5$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$

$8 \times 8 =$

$12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 =$

Agora, acompanhe o seguinte exemplo, substituindo os símbolos por multiplicações.

Exemplo: $6^3 = 6 \times 6 \times 6$

$4^5 =$ $\qquad$ $2^8 =$ $\qquad$ $3^4 =$ $\qquad$ $10^5 =$

Antes de prosseguir, vejamos como esses símbolos devem ser lidos.

2^8 lê-se **2 elevado à oitava potência** ou **2 à oitava**;
7^5 lê-se **7 elevado à quinta potência** ou **7 à quinta**;
3^4 lê-se **3 elevado à quarta potência** ou **3 à quarta**.

Quando o número que indica a potência for **2**, diz-se **também** que o número está **ao quadrado**; quando for **3**, diz-se que está **ao cubo**.

5^3 lê-se **5 à terceira** ou **5 ao cubo**;
9^2 lê-se **9 à segunda** ou **9 ao quadrado**.

Até aqui, temos deixado as contas indicadas. Agora, vamos efetuá-las. Siga o exemplo e calcule no caderno o valor das expressões seguintes:

Exemplo: $5^3 = \underline{5 \times 5} \times 5$

$5^3 = 25 \times 5$

$5^3 = 125$

$2^3 =$ $\qquad$ $3^4 =$

$7^2 =$ $\qquad$ $4^5 =$

$2^5 =$ $\qquad$ $10^4 =$

[C] Potências lembram grandes valores

Os símbolos que estamos utilizando são chamados de **potências**. Eles recebem esse nome, talvez, porque com eles podem ser indicados números **muito grandes**. O número de cima chama-se **expoente** da potência, indicando quantas vezes o de baixo deve ser multiplicado por ele mesmo. O de baixo, por sua vez, é chamado de **base** da potência. Por exemplo, na **potência** 6^4, a **base** é **6** e o **expoente** é 4.

- Use o caderno para treinar um pouco, resolvendo os seguintes problemas.

☐ **1)** Qual é o valor da potência de base 21 e expoente 3?

Resolução:

Sabemos que $21^3 = 21 \times 21 \times 21$. Efetuando os cálculos, teremos:

$\underbrace{21 \times 21}_{441} \times 21 = 441 \times 21 = 9\,261$

Resposta: $21^3 = 9\,261$.

☐ **2)** Qual é o valor de 2^{10}?

Resolução:

$2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Essas multiplicações podem ser efetuadas de diversas maneiras. Um modo bastante cômodo é o seguinte:

$$2^{10} = \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 2}$$

$$2^{10} = \underline{4 \times 4} \times \underline{4 \times 4} \times 4$$

$$2^{10} = 16 \times 16 \times 4$$

$$2^{10} = 256 \times 4 = 1\,024$$

Resposta: $2^{10} = 1\,024$.

☐ **3)** Quanto dá "8 à quarta"?

☐ **4)** Quanto dá "10 ao cubo"?

☐ **5)** Quanto dá "15 ao quadrado"?

☐ **6)** Calcule 3^4 **de três modos diferentes**.

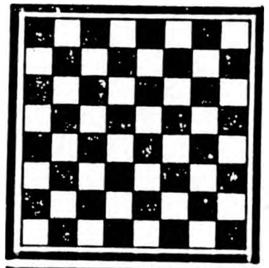
D Potência com expoentes 1 e 0

Vamos combinar o seguinte código: qualquer número elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número. Por exemplo: $7^1 = 7$; $1\,278^1 = 1\,278$ e $10^1 = 10$.

Além disso, combinaremos que qualquer número elevado ao expoente 0 é igual a 1. Por exemplo: $8^0 = 1$; $3\,291^0 = 1$ e $10^0 = 1$.

No decorrer desse curso você poderá perceber em diversas ocasiões por que estamos criando estes dois códigos.

E O inventor do xadrez era bom matemático



Tabuleiro de xadrez

Conta uma lenda que, muito tempo atrás, o rei da Índia chamou o inventor do jogo de xadrez, pois ficou maravilhado com seu invento e queria recompensá-lo.

O inventor pediu ao rei um grão de trigo pela 1.ª casinha do tabuleiro e, para cada uma das casinhas seguintes, o dobro de grãos que pedira pela casinha anterior, até a 64.ª e última casinha. Isto é: 2 grãos pela 2.ª, 4 grãos pela 3.ª, 8 pela 4.ª, 16 pela 5.ª, 32 pela 6.ª e assim por diante.

Diz a lenda que, surpreso com um desejo tão pequeno, o rei concordou imediatamente em atender à solicitação feita. Interrompeu a conversa e despediu-se do inventor.

O assessor do rei, encarregado de atender ao pedido, começou a fazer as contas mas, vendo-se atrapalhado, logo encaminhou o problema para os matemáticos do reino. Esses, assim que obtiveram o resultado final, pediram uma audiência ao rei. Disseram, então, que o número de grãos pedidos era astronômico. Mas o rei não lhes deu ouvidos, ordenando que sua promessa fosse cumprida sem demora.

Os matemáticos esclareceram-lhe que o número era tão grande que, se todas as plantações da terra fossem de trigo, mesmo assim não se obteria o suficiente para atender ao desejo do inventor do jogo de xadrez. Qual era esse número? O número, simplesmente inimaginável, era:

18 446 744 073 709 551 615

Não conseguiu, então, o rei cumprir sua palavra e, assim, nossa história chega ao fim.

Vejamos, agora, alguns aspectos matemáticos da história que acabamos de contar. Inicialmente, prepare-se fazendo alguns exercícios. Efetue, no caderno, as seguintes multiplicações por 10, 100 ou 1 000:

$23 \times 10 = 230$	$192 \times 1\,000 =$
$53 \times 10 =$	$1\,572 \times 1\,000 =$
$82 \times 100 = 8\,200$	$99\,378 \times 1\,000 = 99\,378\,000$
$14 \times 100 =$	$2\,153\,279 \times 1\,000 =$
$18 \times 1\,000 =$	$5\,000\,000 \times 1\,000 =$

• Agora, no seu caderno, **preencha os espaços em branco do texto**:

É simples multiplicar um número por 10, não é? Basta acrescentar, ao final do número, ...

Para multiplicar um número por 100 basta acrescentar .... E para multiplicar um número por 1 000 é suficiente ....

Voltando à lenda, é **importante** você perceber que:

- Pela 1.ª casinha o inventor recebe 1 grão.
- Pela 2.ª casinha ele recebe 2 grãos.
- Pela 3.ª casinha ele recebe 2^2 grãos.
- Pela 4.ª casinha ele recebe 2^3 grãos.

E assim por diante, até a 64.ª (e última) casinha.

Quantos grãos ele recebe pela 64.ª casinha? Só por essa casinha ele recebe 2^{63} grãos, não é?

Para se ter uma idéia do valor de 2^{63}, faremos algumas contas. No cálculo de 2^{63} podemos formar 6 grupos, em que o número 2 é multiplicado por ele mesmo 10 vezes em cada grupo. E ainda restam três números 2 a serem multiplicados. **É importante você fazer uma pequena pausa para pensar e compreender** que:

$$2^{63} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^3$$

No problema **2** já vimos que $2^{10} = 1\,024$, logo 2^{63} será igual a:

$$1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 1\,024 \times 8$$

Como só queremos ter uma **idéia aproximada** do valor de 2^{63}, arredondaremos 1 024 para 1 000. Desse jeito, teremos:

$$1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 1\,000 \times 8$$

E, assim, obteremos 8 000 000 000 000 000 000.

Esse é um valor, por baixo, do número de grãos que o inventor do xadrez receberia **apenas pela 64.ª casinha**. Juntando a esse número aquele dos grãos recebidos pelas outras 63 casinhas, chega-se bastante perto do número mencionado na lenda que, diga-se de passagem, é correto.

• As **potências** são formas abreviadas para indicar **multiplicações com fatores todos iguais**. Com as potências podemos indicar de modo simples e "curto" números que, muitas vezes, são tão gigantescos que nem mesmo os computadores conseguem calcular.

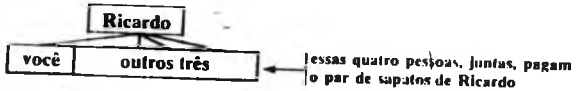
AULA
10

Usando as potências

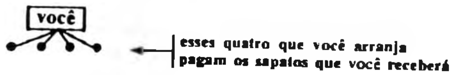
A Se todos vendem, quem é que compra?

Nesta aula vamos estudar uma "carta-corrente" que, por incrível que pareça, promete que se comprem sapatos pela quarta parte de seu preço normal. Por exemplo, um sapato de Cr$ 1.600,00 sairá por Cr$ 400,00. Vamos ver como ela funciona.

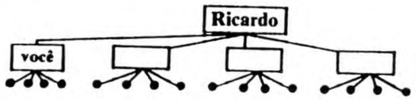
Você só pode ingressar na corrente se for chamado por alguém que já participa dela. Suponhamos que você ingressou na corrente a chamado de Ricardo, um amigo. Ricardo deve arranjar 4 pessoas interessadas nos sapatos — você e outros três — recolhendo de cada uma a quarta parte do preço do par de sapatos. Ricardo junta essas quatro quartas partes e envia esse dinheiro para a fábrica que patrocina a corrente... e recebe seu par de sapatos. Veja que a fábrica nada perde. Ela recebe o **valor total** do preço do calçado.



Você, por sua vez, tem de arranjar quatro novos participantes que, juntos, pagarão o par de sapatos que **você** vai receber.



Os outros três que, como você, foram chamados por Ricardo, deverão fazer a mesma coisa. Assim:



Cada um desses novos compradores deve arranjar quatro novíssimos participantes, que pagarão os sapatos dele, e assim por diante. Em outras palavras, **ninguém paga seu próprio par de sapatos;** cada um trata de arranjar quatro pessoas que façam isso.

Agora, suponhamos que a fábrica tenha distribuído formulários a 200 pessoas, para dar início à corrente. Suponhamos ainda que cada pessoa leve três dias para arranjar os quatro novos compradores. Ora, se em três dias cada uma das duzentas pessoas já arranjou quatro compradores, então já se tem $200 \times 4 = 800$ novos participantes. E seis dias depois?

Ora, 6 dias depois de iniciada a corrente cada um dos 800 participantes já arranjou 4 novos compradores e, por isso, já se tem $800 \times 4 = 3\,200$ novos participantes.

• **É importante você compreender o seguinte:**

Início da corrente: **200** participantes

3 dias depois: $200 \times 4 = \mathbf{800}$ novos participantes

6 dias depois do início (2 períodos de 3 dias):

$200 \times 4 \times 4 = 200 \times 4^2 = \mathbf{3\,200}$ novos participantes

9 dias depois do início (3 períodos de 3 dias):

$200 \times 4 \times 4 \times 4 = 200 \times 4^3 = \mathbf{12\,800}$ novos participantes

30 dias depois do início (10 períodos de 3 dias):

$200 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 =$
$= \mathbf{200 \times 4^{10}}$ novos participantes

Você não precisa perder tempo fazendo essas contas, porque já efetuamos os cálculos e encontramos o seguinte resultado:

$200 \times 4^{10} = \mathbf{209\,715\,200}$ novos participantes

O que esse número nos mostra?

Chega uma hora em que todo o mundo é vendedor e aí, por mais conversa que se tenha, não se consegue mais vender sapatos. Nessa ocasião, um número enorme de pessoas não consegue cumprir o regulamento da corrente e deixa de receber seu par de sapatos. Por esse motivo, as correntes desse tipo constituem **crime contra a economia popular**. Um crime previsto em lei.

• Agora, analise os dois argumentos seguintes e escolha um:

1.º) "As correntes não devem ser proibidas, porque só entra nelas quem quer. Ninguém é obrigado."

2.º) "As correntes devem ser proibidas, porque, para cada pessoa beneficiada, obrigatoriamente três serão prejudicadas — são as que pagam as três quartas partes restantes."

Pense um pouco: A idéia de quem inventou a corrente é criativa? A matemática, em si, é benéfica ou maléfica?

B As potências de 10

Vejamos alguns cálculos com potências de base 10 que, embora simples e fáceis, são importantes e muito utilizados na matemática.

Calcule no caderno:

$10^2 =$	$10^5 =$	$5 \times 10^6 =$
$10^3 =$	$7 \times 10^2 = 700$	$8 \times 10^3 + 4 = 8\,004$
$10^4 = 10\,000$	$8 \times 10^3 =$	$7 \times 10^2 + 5 \times 10 + 3 =$

• Nos dois últimos cálculos temos expressões com adições e multiplicações. Sempre que isso ocorrer, fica combinado que, **em primeiro lugar,** devem ser feitas as multiplicações. Por exemplo: $2 + 3 \times 5 = 2 + 15 = 17$.

Agora, observando os resultados dos exercícios, descubra uma regra para os cálculos com potências de base 10. Para isso, copie a frase seguinte em seu caderno, **preenchendo os espaços em branco**.

Assim como 10^1 resulta em um número que tem o algarismo 1 seguido de .... zeros, o número 10 elevado a um expoente **x** resulta em um número que tem o algarismo 1 seguido de ...... zeros.

[C] Brincando com 0 e 1

Imagine uma máquina de escrever que não tenha algarismos. Os únicos algarismos que poderíamos escrever seriam o 0, usando a letra "O" maiúscula, e o 1, usando a letra "L" minúscula. Com apenas essas duas letras poderíamos escrever vários números. Comprove isso, escrevendo no seu caderno os números de 0 a 1 000 que poderiam ser escritos com essa máquina de escrever.

É fácil, não é? Com o "0" e o "1" podemos escrever os seguintes números de 0 a 1 000:

0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111 e 1 000

Continue escrevendo no caderno os dez números seguintes ao 1 000 e que só têm os algarismos "0" e "1".

Ora, usando apenas os algarismos "0" e "1" foi inventado um novo sistema de numeração, chamado sistema **binário**. O binário é diferente do sistema **decimal**, que tem os dez algarismos — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 — e que é o sistema de numeração conhecido por todos.

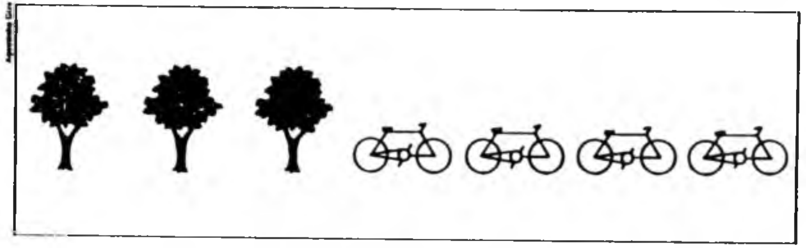
É difícil a gente se acostumar ao uso do sistema binário porque nele os símbolos indicam quantidades diferentes daquelas com que estamos acostumados no sistema decimal. Por exemplo, o 10 no sistema binário não indica a quantidade dez nem será mais chamado de dez; ele indica a quantidade dois e será lido como "um-zero".

Veja ao lado a tabela de conversão entre o sistema decimal e o sistema binário. (Você não deve decorar essa tabela, mas consulte-a sempre para fazer exercícios.)

TABELA DE CONVERSÃO

decimal	binário
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000

Querendo usar o sistema binário a gente se atrapalha para responder às perguntas mais simples. Por exemplo, quantas são as árvores do desenho abaixo?



No sistema decimal, responde-se escrevendo 3; mas, no binário escreve-se 11 (consulte a tabela de conversão). E quantas são as bicicletas mostradas no desenho? Responda completando os espaços em branco: no sistema decimal escreve-se .... , mas no sistema binário escreve-se ....

[D] Voltando ao sistema decimal

No sistema que conhecemos (o decimal) ao escrever o número 52 387 sabemos que o algarismo 5, pela **posição** que ocupa, não representa 5 mas sim 5 **dezenas de milhar**; o 2 representa 2 **milhares**; o 3 representa 3 **centenas**; o 8 representa 8 **dezenas** e só o 7 representa 7 **unidades**.

Assim, podemos escrever o número 52 387 considerando os algarismos que o formam:

52 387

$52\,387 = 5 \times 10\,000 + 2 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 7$

dezena de milhar — milhar — centena — dezena

logo: $52\,387 = 5 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 8 \times 10 + 7$

• Agora, no caderno, coloque os expoentes das potências nos locais indicados:

$6\,238 = 6 \times 10^{\square} + 2 \times 10^{\square} + 3 \times 10 + 8$

$15\,071 = 1 \times 10^{\square} + 5 \times 10^{\square} + 7 \times 10 + 1$

$7\,384 = 7 \times 10^{\square} + 3 \times 10^{\square} + 8 \times 10^{\square} + 4 \times 10^{\square}$

milhar — centena — dezena — unidade

Em nosso sistema de numeração temos ainda o seguinte: efetuando **sucessivas divisões por 10** obteremos, com o resto dessas divisões, os algarismos que compõem o número. Por exemplo, tomando o número 526 e fazendo sucessivas divisões por 10, até que o quociente dê 0, temos:

$$526 \div 10 = 52 \text{ (resto } \underline{6}) \qquad 52 \div 10 = 5 \text{ (resto } \underline{2}) \qquad 5 \div 10 = 0 \text{ (resto } \underline{5}) \longrightarrow$$

"fim da linha"

Anotando os restos das divisões **6, 2 e 5 da direita para esquerda** teremos novamente o número 526, não é?

[E] Convertendo de lá para cá

Antes de prosseguir, vamos fazer uma combinação: o símbolo $(101)_2$ indica o "um-zero-um" do sistema binário; o símbolo $(11101)_2$ indica o "um-um-um-zero-um" do sistema binário; e assim por diante.

Agora vamos ver como é possível fazer a conversão do sistema binário para o sistema decimal sem usar a tabela de conversão. Pois bem, vamos mostrar que, convertendo $(101)_2$ para o nosso sistema decimal, obtém-se 5. Para isso temos de decompor $(101)_2$ em potências de base 2. Fazemos essa decomposição da mesma forma que decompomos os números do sistema decimal em potências de base 10.

Então, como $(101)_2$ tem três algarismos, vamos começar nossa explicação tomando um número também de três algarismos do sistema decimal, por exemplo, o **708**.

Assim, temos:

$$708 = 7 \times 10^2 + 0 \times 10 + 8$$

sistema decimal

$$(101)_2 = 1 \times \underbrace{2^2}_{} + 0 \times \underbrace{2}_{} + 1$$

sistema binário — no lugar de 10

$$(101)_2 = 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1$$

Portanto: $(101)_2 = 4 + 0 + 1 = 5$

Verifique na tabela de conversão que realmente $(101)_2 = 5$.

Vejamos mais um exemplo:

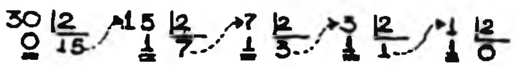
$(11101)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1$
$(11101)_2 = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1$
$(11101)_2 = 16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 29$

● Para exercitar esse modo de fazer a conversão, faça no caderno as representações decimais dos números:
$(1010)_2$ $(1110)_2$ e $(101011)_2$

F Convertendo de cá para lá

Da mesma forma que os restos de sucessivas divisões por **10** fornecem os algarismos que formam um número no sistema **decimal**, com sucessivas divisões por 2 obteremos o número no sistema **binário**.

Tomando, por exemplo, o número 30, e fazendo sucessivas divisões por 2, teremos:



Anotando os restos das divisões **0, 1, 1, 1 e 1 da direita para a esquerda** obtemos a representação binária do número 30, ou seja, 11110. Portanto: $30 = (11110)_2$.

● Não é necessário saber fazer as conversões de cor. Assim, para resolver os exercícios seguintes no caderno, basta consultar o texto e rever as explicações e exemplos.

☐ **1)** Passe para o sistema decimal os seguintes números binários: $(111)_2$ $(1011)_2$ $(1100)_2$ $(1110)_2$ $(10100)_2$

☐ **2)** Passe para o sistema binário os seguintes números decimais: 10, 13, 25 e 58.

● Você verá na próxima aula que o sistema binário de numeração é muito mais fácil do que parece agora.

Respostas
1) 7, 11, 12, 14 e 20.
2) $(1010)_2$ $(1101)_2$ $(11001)_2$ $(111010)_2$

AULA 11

Sinta na pele: é difícil aceitar as coisas novas

Desenhos de Claudia Scatamacchia

A Continuando a brincar com 0 e 1

Na aula passada — **Aula 10** — você conheceu uma nova maneira de escrever os números: o sistema binário, que utiliza apenas os símbolos **0** e **1**. Nesta aula, vamos "brincar" mais um pouco com o sistema binário, e você vai sentir na pele que é **difícil aceitar as coisas novas.** Porém não se preocupe: na próxima aula vamos continuar com a nossa matemática decimal!

● Para você acompanhar bem a **Aula 11**, é necessário que você pegue de novo a **Aula 10**, para consultas.

Agora, você vai ver que, usando o sistema binário, também dá para fazer contas. Vamos continuar a brincar com o **0** e **1** e ver, por exemplo, como se soma e como se multiplica no sistema binário. Nos exercícios que vamos fazer em seguida, para facilitar, vamos representar os números do sistema binário sem os parênteses ( ) e sem a indicação da base 2, que estávamos usando na aula passada. Assim, para representar o numero **um-zero** simplificaremos a forma $(10)_2$, escrevendo apenas **10**. Para representar o número **um-zero-zero-um**, simplificaremos $(1001)_2$, escrevendo apenas **1001**. Vamos ver, então, como se calcula 1010 + 1101.

As **adições** no sistema binario são feitas de forma semelhante às adições que fazemos no sistema decimal. Só que há uma diferença importante a tabuada. Para somar, no sistema binario, usamos a tabuada ao lado.

Tabuada da adição no sistema binário
0 + 0 = 0
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10

Vamos então ao cálculo:

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1101 \\ \hline \text{- - - - -} \end{array}$$

Na última casa, somamos as unidades 0 + 1 = 1:

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1101 \\ \hline \text{- - - -}\ 1 \end{array}$$

A penúltima casa, se fosse no sistema decimal, seria a casa das dezenas. Mas, como estamos fazendo uma conta no sistema binário, é a **casa das quantidades 2**. Nessa casa temos: 1 + 0 = 1

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1101 \\ \hline ---11 \end{array}$$

A antepenúltima casa (que seria a das centenas, no sistema decimal), **é a casa das quantidades 2^2**. Somando os algarismos temos: 0 + 1 = 1

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1101 \\ \hline --111 \end{array}$$

E finalmente temos a **casa das quantidades 2^3**. Somando os algarismos temos: 1 + 1 = 10 (Veja na tabuada.)

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1101 \\ \hline 10111 \end{array}$$

Vamos conferir se esta soma, obtida no sistema binário, está correta? Para isso, vamos converter os números para a representação decimal:

1.ª parcela da soma

sistema binário — sistema decimal

$$1010 = \underbrace{1 \times 2^3}_{8} + \underbrace{0 \times 2^2}_{0} + \underbrace{1 \times 2}_{2} + 0 = 10$$

Portanto, 1010 no sistema binário corresponde a 10 no sistema decimal.

2.ª parcela da soma

Usando o mesmo processo, temos que 1101 no sistema binário corresponde a 13 no sistema decimal.

Resultado da soma

Ainda pelo mesmo processo, temos que 10111 no sistema binário corresponde a 23 no sistema decimal.

A soma está correta, pois:

$$\underbrace{1010}_{10} + \underbrace{1101}_{13} = \underbrace{10111}_{23}$$

1010 + 1101 = 10111 sistema binário

10 + 13 = 23 sistema decimal

B No sistema binário também "vai um"

Façamos agora, sempre no sistema binário, a adição:

$$\begin{array}{r} 10011 \\ +\ 1010 \\ \hline ----- \end{array}$$

● Não se esqueça de consultar a tabuada da adição!

Na última casa temos 1 + 0 = 1.

Na penúltima casa temos 1 + 1 = 10; nesse caso deu **um-zero e**, como temos dois algarismos, marcamos o 0 e **vai um** para a casa seguinte:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{} \\ 10011 \\ +\ 1010 \\ \hline ---01 \end{array}$$

Continuando esta adição, chegamos a:

$$\begin{array}{r} 10011 \\ +\ 1010 \\ \hline 11101 \end{array}$$

●Para testar o resultado passe os números 10011, 1010 e 11101 para a representação decimal e verifique se a soma, obtida no sistema binário, está correta.

Agora, tente efetuar as seguintes adições, pelo sistema binário:

☐ **1)** 1000 + 110

☐ **2)** 110 + 101

☐ **3)** 10110 + 1011

C Multiplicando no sistema binário

Veja ao lado como é simples a tabuada da multiplicação no sistema binário.

Assim como a adição, a multiplicação no sistema binário é semelhante à multiplicação que fazemos no sistema decimal. Como exemplo, vamos efetuar a multiplicação 11 × 101.

Tabuada da multiplicação no sistema binário
0 × 0 = 0
1 × 0 = 0
1 × 1 = 1

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times\ 11 \\ \hline 101 \\ +\ 101 \\ \hline 1111 \end{array}$$

Passe os números 101, 11 e 1111 para o sistema decimal e confira se o produto obtido está correto.

Nesta aula, como na anterior, não é necessário que você fique um "craque" em fazer contas no sistema binário, mas é importante que você procure entender como elas são feitas. O mais importante é você perceber que existem outros sistemas de numeração além do sistema decimal, que estamos acostumados a usar. Assim, com os exemplos vistos nesta aula, você pode perceber que no sistema binário é possível contar, somar, multiplicar, enfim, fazer tudo o que fazemos no sistema decimal.

• Agora, dê uma paradinha e pense um pouco: **Em que o sistema decimal e o binário são diferentes? Em que são semelhantes?**

Você deve ter percebido que no sistema binário existe uma desvantagem: as representações dos números são muito longas. Por exemplo: 135 = 10000111. Por outro lado, o sistema binário tem uma grande vantagem — sua tabuada é muito mais simples porque tem somente dois símbolos: **0** e **1**. Assim, fazer contas no sistema binário é muito mais simples que no sistema decimal.

Apesar dessa vantagem, você passaria a usar o sistema binário?

D É difícil aceitar o que é novo

Imagine uma região onde fosse usado o sistema binário: as crianças, ao aprender a escrever, já usariam o sistema binário; as moedas e notas teriam seus valores representados nesse sistema; a numeração das casas também seria feita apenas com os algarismos **0** e **1**; e assim por diante. As pessoas dessa região, ao verem o número **11010** saberiam imediatamente que se tratava da quantidade **vinte e seis**, com a mesma facilidade com que nós sabemos o que significa o símbolo **26**. Elas fariam as contas e, enfim, viveriam perfeitamente bem usando o sistema binário. O que aconteceria, no entanto, se fôssemos ensinar o sistema decimal às pessoas dessa região?

O mal-entendido aconteceu porque a moça escreveu a sua idade no sistema binário. Nele, 11010 corresponde a 26 no sistema decimal. E o homem só conhecia o sistema decimal.

Elas estranhariam o nosso sistema porque ele utiliza **muitos** símbolos (1, 2, 3, 4, ...). Veriam esses símbolos sem saber que quantidade representavam e, depois, sofreriam para decorar a nossa imensa tabuada. Finalmente, penariam para efetuar as operações.

Elas teriam, portanto, grande dificuldade para aprender a usar o sistema decimal, talvez uma dificuldade ainda maior do que aquela que você sentiu ao estudar a **Aula 10** ou para entender, nesta **Aula 11**, como se faz a adição e a multiplicação no sistema binário.

Para saber, por exemplo, a que número corresponde a representação 1100110 do sistema binário, temos de convertê-la para o sistema decimal. Da mesma forma, para as pessoas daquela região, o sistema decimal seria um código que precisaria ser "traduzido", a toda hora, para o sistema binário. Aconteceriam situações como a da historinha seguinte.

O espanto de um dos homens é explicado porque ele só conhece o sistema binário. Para ele, 110000 representa 48 no sistema decimal, o que é muito pouco para um bom público de futebol.

Observe que existem algumas **semelhanças** importantes, entre os sistemas binário e decimal: nos dois, os algarismos indicam quantidades diferentes, conforme a **posição** que ocupam na representação dos números; e, além disso, as operações são feitas da mesma forma. Mas, apesar dessas semelhanças, se uma pessoa está acostumada a usar um desses sistemas, dificilmente começaria a usar o outro. Quando o sistema decimal surgiu na história, séculos atrás, aconteceu a mesma coisa: as pessoas, que estavam acostumadas com outro sistema de numeração, levaram muito tempo para aceitar o sistema decimal.

E Quando o sistema decimal surgiu...

Os árabes levaram o sistema decimal para a Europa por volta do século XIII. Nessa época, os europeus ainda usavam a numeração romana. Você deve estar lembrado que no sistema romano não existe o **zero** nem o princípio da **posição** dos algarismos. Assim, o símbolo **X** representa **10**, seja qual for a posição em que apareça. No sistema romano as operações eram feitas por processos totalmente diferentes dos nossos, calculava-se com ábacos e as contas eram muitas vezes registradas com marcas em bastões de madeira.

Fazer cálculos no sistema decimal era muito mais simples que no sistema romano. Mesmo assim, os europeus levaram muito tempo para adotar esse novo sistema, ao qual estamos hoje tão acostumados. Em seu livro **Número: a linguagem da Ciência**, Tobias Dantzig diz que os cálculos feitos atualmente por uma criança, com facilidade, naquela época só podiam ser feitos por pessoas que tivessem conhecimentos matemáticos muito avançados. Os tipos de contas que levamos hoje poucos minutos para fazer exigiam naquela época dias de trabalho.

Segundo Tobias Dantzig, foram necessários vários séculos para implantar o sistema decimal na Europa. Houve uma séria disputa, que durou do século XI ao século XV, entre aqueles que defendiam as velhas tradições — isto é, o sistema romano — e os que defendiam a mudança para o sistema decimal. Em algumas regiões, o uso dos novos símbolos decimais chegou a ser proibido nos documentos oficiais; ou, até mesmo, totalmente proibido. Tal proibição, entretanto, não conseguiu fazer com que o sistema decimal desaparecesse, pois ele continuou a ser usado às escondidas.

Portanto, como conta Tobias Dantzig, o sistema decimal, que hoje usamos de maneira tão natural, foi até motivo de proibições. E isso apesar de ser muito mais prático do que o sistema que estava sendo usado. Na Inglaterra, por exemplo, os bastões de madeira — onde se faziam marcas para registrar os números — continuaram a ser usados mesmo quando já havia tinta, papel, lousas e lápis. O sistema de bastões só foi abolido em 1826, quase quinhentos anos depois de introduzido o sistema decimal na Europa. Isso mostra que os costumes e as tradições resistem às coisas novas, mesmo quando estas são mais práticas e vantajosas.

Para você, que sentiu na pele como é difícil trabalhar com um sistema novo, toda essa reação que houve ao sistema decimal deve ter ficado bem clara, não é?

O sistema decimal tem-se mostrado o mais adaptado ao ser humano, muito provavelmente pelo fato de possuirmos 10 dedos. No entanto, o sistema que se tem mostrado mais adaptado aos computadores é o binário. Isso porque nos computadores cada algarismo é indicado pela passagem ou não de corrente elétrica num fio: para indicar o algarismo **1**, deixa-se passar a corrente elétrica pelo fio. Para indicar o **0**, **não** se deixa passar eletricidade pelo fio.

Para se utilizar os computadores não é necessário ter grande conhecimento do sistema binário. Os computadores são programados de tal modo que passam para o sistema binário, automaticamente, os números que lhes fornecemos no sistema decimal. E, ao final das operações, passam tudo novamente para o sistema decimal. Assim, os homens podem utilizar os computadores e ao mesmo tempo continuar com o que já se tornou um velho hábito: usar o sistema decimal.

Respostas:
1) 1110
2) 1011
3) 100001

AULA 12

O que você já mediu hoje?

Desenhos de Cláudia Scatamacchia

A Aceite o desafio!

Pegue o seu caderno e tente resolver os problemas que vamos apresentar agora a você. Se sentir dificuldades, não desanime. Neste momento, **tentar** resolver os problemas e **pensar** neles é muito mais importante do que encontrar a **solução**. Insistimos: se não conseguir resolvê-los, vá em frente. Com o desenvolvimento desta aula e das seguintes, você vai aprender a resolver estes e muitos outros problemas sobre **medidas**.

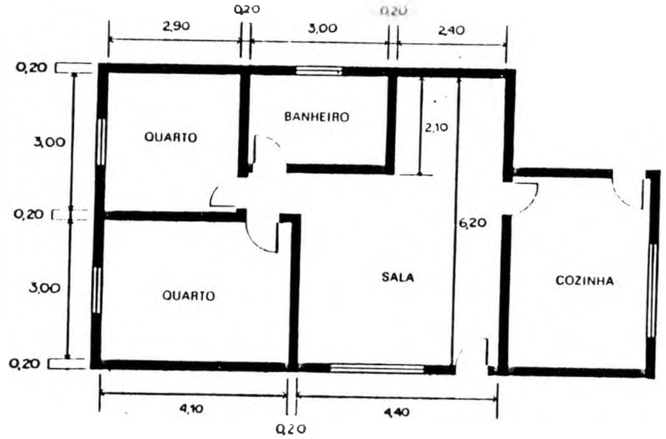
Vamos aos problemas.

☐ **1)** Fui ao açougue e pedi 4 bifes de coxão mole. O **Mané**, que é o açougueiro, cortou os bifes e pesou-os: **600 gramas**. Se o **quilo** de coxão mole custa Cr$ 360,00, quanto deverei pagar pela compra?

Você conseguiu resolver este problema no seu caderno? Se conseguiu, então descobriu que o preço dos 4 bifes é **Cr$ 216,00**. Se não conseguiu, tente descobrir quais foram as suas dificuldades, perguntando a você mesmo:

- Deu para entender o problema?
- Quantos **gramas** tem um **quilo**?
- Que contas devo fazer?
- Como são feitas essas contas?

☐ **2)** Seu Severino está construindo sua casa. Como já chegou na fase de acabamento, ele quer colocar rodapé de madeira na sala e nos dois quartos. As medidas dos cômodos, em **metros**, estão na planta que é dada a seguir. As portas medem **70 centímetros** de largura. Se **1 metro** de rodapé custa **Cr$ 80,00**, quanto Seu Severino pagará por este material?



Você conseguiu resolver este problema no seu caderno? Se não conseguiu, tente descobrir quais foram as suas dificuldades, perguntando a você mesmo:

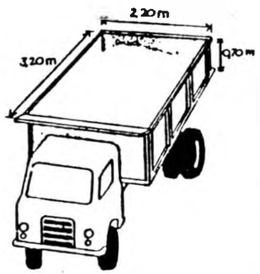
- Deu para entender o problema?
- Quantos **centímetros** tem um **metro?**
- Que contas devo fazer?
- Como são feitas essas contas?
- Como são feitas contas com vírgulas?

☐ **3)** No loteamento Jardim Santa Cruz, um terreno de **8 metros** de frente por **20 metros de fundo está sendo vendido** por **Cr$** 960.000,00 a vista. Qual o preço do **metro quadrado** de terreno?

Se você conseguiu resolver este problema, então passe para o próximo. Caso não tenha conseguido, tente descobrir quais foram as suas dificuldades perguntando a você mesmo:

- Que contas devo fazer?
- O que é **metro quadrado?**
- Quantos metros quadrados tem aquele terreno?

☐ **4)** Um depósito para materiais de construção utiliza um caminhão basculante para transportar areia, do porto para as obras. A carroceria do caminhão mede **2,20 metros** de largura, **3,20 metros** de comprimento e **0,70 metros** de altura. O depósito garante que, numa viagem, o caminhão carrega **5 metros cúbicos** de areia. Esta informação é verdadeira?



Se você encontrou alguma dificuldade, tente descobrir qual foi, perguntanto a você mesmo.

- O que é **metro cúbico?**
- Como se calcula o volume de alguma coisa em **metros cúbicos**?

☐ **5)** O tanque de gasolina de um carro tem capacidade para **50 litros.** O marcador de gasolina mostra que o combustível ocupa apenas a **quarta parte** do tanque. Quanto o motorista deverá gastar para completar o tanque, pelo preço atual do litro de gasolina?

Não se esqueça do que já dissemos no início da aula: caso você não esteja conseguindo resolver esses problemas, siga em frente. O importante, agora, é pensar neles e descobrir quais são as suas dificuldades. Se você não souber resolver este quinto problema, tente descobrir onde é que as coisas estão emperrando:

- Você sabe o que significa **quarta parte?**
- Você sabe fazer contas com vírgulas?

Pense, agora, neste sexto problema.

☐ **6)** Um trabalhador recebe **Cr$ 98,50** por hora, registrados na sua carteira profissional. No mês de novembro, ele trabalhou as **240 horas** normais previstas em seu contrato, e mais **22 horas** extras. Qual deverá ser o salário bruto desse trabalhador, no fim do mês, lembrando que o salário-hora destas **22 horas** extras deverá ser aumentando de 25%?

Por enquanto, para ajudá-lo a resolver este problema, vamos dizer-lhe apenas que aumentar o salário-hora de

25% (vinte e cinco por cento) significa pagar, para cada hora extra, os Cr$ 98,50 **mais a quarta parte** de Cr$ 98,50.

B A necessidade de medir as coisas

São muito comuns, em nossa vida, as situações nas quais é necessário medir alguma coisa: pesar a carne, medir o comprimento dos rodapés de uma casa, obter a área de um terreno, saber calcular o volume de areia que um caminhão carrega, contar o número de horas que trabalhamos, inclusive as horas extras, etc.

Às vezes, medimos um comprimento

Outras vezes, medimos uma temperatura

O médico mede a pressão da paciente

O mecânico mede a pressão do pneu

Todos esses exemplos — e muitos outros que ainda veremos — mostram que as pessoas, na vida diária, precisam fazer muitas medições.

- Agora, indique pelo menos cinco situações que não apareceram nos exemplos dados, nas quais é preciso medir alguma coisa. Pense, principalmente, nos tipos de medições que **você** realiza ou conhece de perto.

C Para cada medida devemos usar o padrão correto

Veja bem: o **comprimento** de um cano e a **massa** deste cano são coisas diferentes; e, por essa razão, devem ser medidos com padrões diferentes. Para medir a grandeza

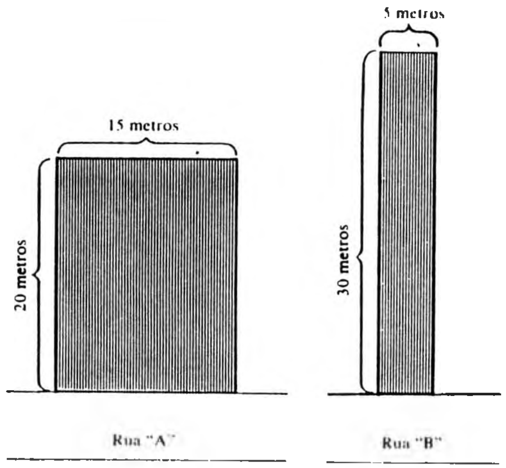
comprimento, podemos usar o **metro**; e para medir a grandeza **massa**, podemos usar o **quilograma**.

Para medir a distância que o caminhão tem de percorrer até o posto de pesagem, usa-se o quilômetro. E, para medir o peso do caminhão, usa-se uma balança que marca toneladas

Assim, também o **comprimento** da cerca de um terreno é uma coisa diferente da **área** do terreno. Comprimento e área são grandezas diferentes. Vejamos um exemplo.

Um terreno retangular, na Rua "A", tem 15 metros de frente por 20 metros de fundo. Para cercá-lo precisaremos construir 70 metros de muro, pois 15 + 20 + 15 + + 20 = 70.

Um outro terreno, na Rua "B", tem 5 metros de frente por 30 metros de fundo. Para cercá-lo também será necessário construir 70 metros de muro, pois 5 + 30 + 5 + + 30 = 70.

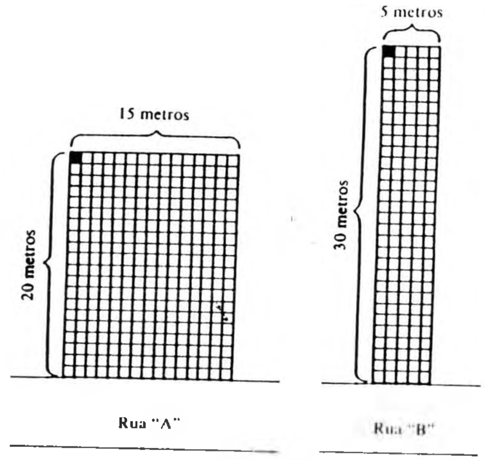


Os muros dos dois terrenos terão o mesmo comprimento total: 70 metros cada um. E achamos esse comprimento total **somando** os comprimentos dos quatro lados de cada terreno. Essa medida — 70 metros — chama-se **perímetro.** Portanto, podemos dizer que os dois terrenos têm o mesmo

perímetro. No entanto, observe as duas figuras abaixo e repare no seguinte:

- Dentro do terreno da Rua "A" cabem 300 quadrados de 1 metro de lado. Dizemos que a área desse terreno é de **300 metros quadrados,** pois 15 metros x 20 metros = = 300 metros quadrados.

- Dentro do terreno da Rua "B" cabem 150 quadrados de 1 metro de lado. Então, diremos que sua área é de **150 metros quadrados,** pois 5 metros × 30 metros = 150 metros quadrados.



Veja bem: esses dois terrenos, **embora tenham o mesmo perímetro, têm áreas diferentes.** Em outras palavras, para cercar um ou outro, teremos dois muros com o mesmo comprimento. No entanto, o terreno da Rua "A" é **mais espaçoso** que o terreno da Rua "B": a área do primeiro é maior que a do segundo. Portanto, área e comprimento são **grandezas diferentes** e grandezas diferentes são medidas com padrões diferentes. **Para medir uma grandeza é sempre necessário usar algum padrão.**

D Teste

Nos quadros seguintes temos, à esquerda, uma relação de diversas situações em que é preciso medir alguma coisa. No quadro da direita, temos uma relação de unidades de medida, com suas respectivas abreviaturas. Escolha, para cada situação, a unidade adequada. Assim, por exemplo, a situação n.º 1 é **pesar a farinha para fazer bolo**. Podemos escolher a unidade de massa indicada na letra **h** (grama) ou a da letra **c** (quilograma).

Faça você agora as outras escolhas. Marque as letras correspondentes às unidades escolhidas na própria coluna da esquerda como aparece na situação número 1.

Situação
1 pesar a farinha para fazer o bolo (c ou h)
2 saber qual é a distância de Recife a Curitiba para calcular o gasto de combustível numa viagem
3 avaliar a área de um sítio ou fazenda
4 saber qual foi o consumo de água de uma família durante o bimestre janeiro/fevereiro
5 avaliar a duração da gestação da mulher
6 avaliar o peso de um homem
7 medir a espessura de uma chapa de madeira compensada
8 calcular quanto se deve comprar de azulejo para revestir a cozinha de uma casa
9 avaliar a extensão territorial do Brasil
10 avaliar o tempo que uma galinha leva chocando uma ninhada de ovos
11 saber quanta gasolina é necessária para encher o tanque de um carro
12 saber a idade de uma pessoa

Unidade
a metro quadrado (m^2)
b centímetro (cm)
c quilograma (kg)
d dia
e litro (l)
f alqueire
g quilômetro (km)
h grama (g)
i mês
j ano
k tonelada (t)
l milímetro (mm)
m hora (h)
n segundo (s)
o quilômetro quadrado (km^2)
p hectare (ha)
q galão
r arroba
s polegada
t metro cúbico (m^3)
u século
v légua
x cruzeiro (Cr$)

Respostas

2) Cerca de 44 metros de rodapé custarão mais ou menos Cr$ 3.500,00

3) Cr$ 6.000,00

5) Cr$ 4.125,00

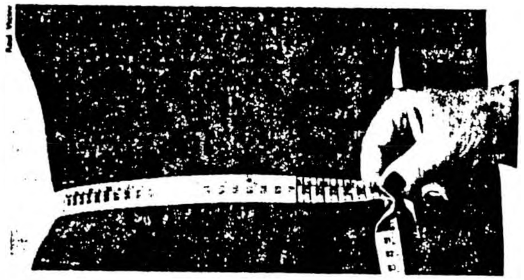
6) Cr$ 26.348,75

Teste: 2 — g
3 — f ou p
4 — e
5 — i
6 — c
7 — b ou l ou s
8 — a
9 — o
10 — d
11 — e
12 — j

A escolha do padrão é uma questão de bom senso

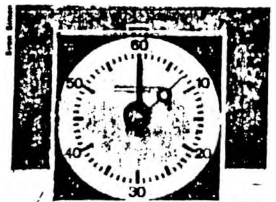
[A] O que é medir uma grandeza?

Medir uma grandeza é compará-la a outra grandeza, da mesma espécie, que seja considerada como **padrão.** Portanto, para medir alguma coisa devemos descobrir quantas vezes o padrão cabe na grandeza a ser medida. Por exemplo: para medir a cintura de uma moça, a costureira usa o **centímetro,** que é um padrão — ou seja, uma unidade de comprimento. Com sua fita métrica ela verifica quantas vezes a cintura da moça é maior que o centímetro.



Para medir o comprimento de uma estrada, usamos o **quilômetro,** que é outro padrão ou unidade de comprimento. Quando você encontra, numa rodovia, um marco indicando, por exemplo, **48,** isso quer dizer que entre o início da estrada e aquele marco cabem quarenta e oito quilômetros.

A placa à direita indica que cabem 2 km entre este ponto da estrada e a saída para as cidades de Jundiaí e Cabreúva



Para avaliar a duração de uma viagem, costuma-se usar a **hora** e o **minuto,** que são unidades de medida do tempo. Numa Olimpíada, o tempo gasto pelos nadadores, numa certa prova, é medido em minutos, segundos, décimos de segundo e até mesmo em centésimos de segundo, que também são unidades de medida do tempo.

Para pesar os ingredientes usados em um bolo, a cozinheira utiliza o **grama**, que é uma unidade de medida da massa.

BOLO CASEIRO-CHOCOLATE

Você só precisa juntar:
1 copo de leite (200 g), 100 g de margarina e 2 ou 3 ovos.

Modo de preparar:

Adicione ao conteúdo do pacote 1 copo de leite (200 g), 4 colheres-sopa cheias (100 g) de margarina - não gelada - e 2 ou 3 ovos. Misture até obter uma massa lisa, deite numa fôrma untada e leve ao forno em temperatura média (185°C) durante 25 a 35 minutos (dependendo do forno). O bolo estará no ponto quando um palito introduzido no centro sair limpo.

Portanto, para medir qualquer coisa é preciso que a gente conheça bem os padrões — isto é, as unidades de medida. No caso de unidades diferentes (como o **metro** e a **légua**) que servem para medir a mesma grandeza (**comprimento**), precisamos saber quantas vezes uma unidade é maior que a outra. No caso, quantas vezes a légua é maior que o metro.

- Quais são os padrões que você conhece para pesar um objeto?

Procure lembrar-se, também, de todos os padrões que você conhece para medir um comprimento, uma distância.

B Padrões ou unidades de medida de massa

Para pesar um corpo, podemos usar diversos padrões diferentes: o grama, o quilograma (ou quilo), a tonelada, a arroba, etc., sendo que:

1 quilograma	=	1 000 gramas
1 tonelada	=	1 000 quilogramas
1 arroba	=	15 quilogramas

A arroba é uma unidade muito usada no comércio varejista de carnes, nos frigoríficos. Por exemplo: um boi pode dar **17 arrobas** de carne, e isto quer dizer $17 \times 15 = 255$ quilos de carne.

Veja bem: existem vários padrões para se pesar um corpo e, assim, medir a sua massa. Mas a escolha deste ou daquele padrão depende de cada situação. Por exemplo: para pesar uma pessoa, não vamos usar a tonelada, por mais gorda que esta pessoa possa ser. Isto porque, mesmo se for muito pesada, ela pesará muito menos que uma tonelada! Para pesar uma pessoa usamos o **quilograma**.

Ao comprar mortadela você costuma pedir, por exemplo: **Por favor, me dê 300 gramas de mortadela.** No entanto, ao falar do peso de um navio, usa-se como padrão **a tonelada.** (Você acha que seria prático indicar os pesos dos navios em gramas?) **Portanto, a escolha do padrão é uma questão de bom senso.**

Vamos agora resolver um dos problemas que foram propostos (porém não foram resolvidos) na **Aula 12.**

Problema:

Fui ao açougue e pedi 4 bifes de coxão mole. O Mané, que é o açougueiro, cortou os bifes e pesou: 600 gramas. Se o quilo de coxão mole custa Cr$ 360,00, quanto deverei pagar pela compra?

Resolução:

Você já sabe que 1 quilograma = 1 000 gramas. Como 1 000 gramas é o mesmo que 10×100 gramas, para saber o preço de 100 gramas de carne devemos dividir 360 por 10, obtendo Cr$ 36,00. Para obter o preço de 600 gramas (6×100 gramas de coxão mole), multiplicamos, agora, 36 por 6, obtendo Cr$ 216,00. Esse é o preço que devo pagar pelos 4 bifes.

- Pegue seu caderno e resolva os exercícios a seguir. Procure escrever as contas de forma organizada.

☐ **1)** Se um pacote de manteiga, com 250 gramas, custa Cr$ 95,00, qual o preço de um quilograma de manteiga?

☐ **2)** Se um quilograma de mortadela custa Cr$ 780,00, quanto deverei pagar por 300 gramas de mortadela?

☐ **3)** O quilo de toucinho está custando Cr$ 650,00. Quantos gramas poderei comprar com Cr$ 130,00?

☐ **4)** Comprando o arroz por quilo, pago Cr$ 102,00 o quilo. Mas um saco de arroz, com 60 quilos, está custando Cr$ 4.800,00. Que economia farei comprando, com mais duas famílias, um saco de arroz e dividindo-o por três?

☐ **5)** Aqui vai a receita do **Bolo Mármore:**

Ingredientes

— 200 gramas de maisena
— 250 gramas de farinha de trigo
— 1 colher de sopa de fermento em pó
— 3 gemas
— 300 gramas de açúcar
— 120 gramas de manteiga
— 1 xícara de leite
— 3 claras em neve firme
— 2 colheres de sopa de chocolate em pó

Modo de fazer

Bata as gemas com açúcar e manteiga, até a mistura ficar cremosa (10 minutos). Junte os ingredientes secos (menos o fermento) alternados com o leite, misturando com cuidado. Acrescente as claras e o fermento, mexendo tudo delicadamente; divida a massa pela metade e misture a uma parte o chocolate em pó.

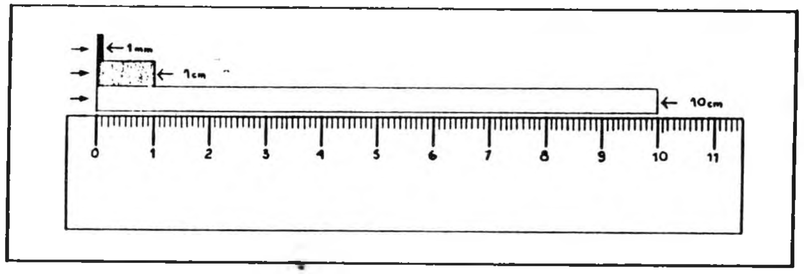
Despeje a massa clara numa forma grande, com furo no meio, untada com manteiga ou margarina e polvilhada com farinha de trigo. Cubra com a massa de chocolate. Misture, ligeiramente, as duas massas com a ponta do garfo e asse em forno moderado, durante 25 a 30 minutos. Desenforme e deixe esfriar.

Agora procure se informar a respeito do preço desses ingredientes (se é que você já não os conhece) e faça um **cálculo aproximado** do custo dos ingredientes desse bolo.

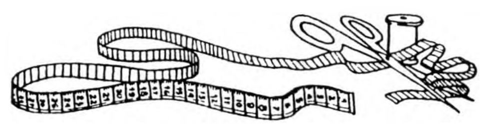
C Padrões ou unidades de medida de comprimento

Para medir comprimentos, podemos usar diversos padrões: o metro, o centímetro, o quilômetro, o milímetro, a polegada, a légua, etc., sendo que:

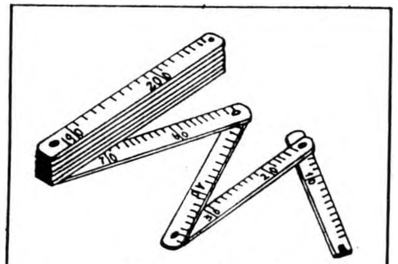
1 metro = 100 centímetros
1 centímetro = 10 milímetros
1 quilômetro = 1 000 metros
1 polegada = 25 milímetros (aproximadamente)
1 légua = 5 555 metros (aproximadamente)



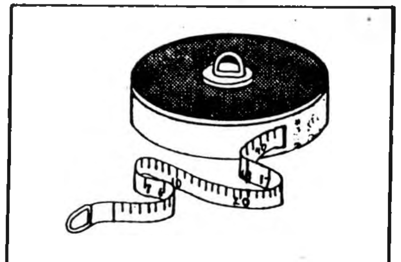
Muitos são os instrumentos usados para medir comprimentos:



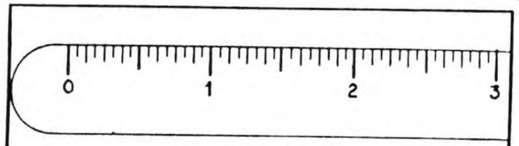
FITA MÉTRICA



METRO DE CARPINTEIRO



TRENA



RÉGUA DE POLEGADAS

- Veja bem: em cada problema prático, usamos a unidade mais adequada e o instrumento mais apropriado. Não tem graça dizer que a distância de Manaus a Porto Alegre é de **3 200 000 000** milímetros. Também não tem graça o alfaiate medir o comprimento de um braço usando o quilômetro! Em cada caso usa-se a medida mais conveniente. Mais uma vez: **a escolha do padrão é uma questão de bom senso.**

Agora pegue novamente seu caderno e resolva mais esses problemas.

☐ **6)** Um metro tem quantos centímetros?

☐ **7)** Um centímetro tem quantos milímetros?

☐ **8)** Um metro tem quantos milímetros?

☐ **9)** Meio metro tem quantos centímetros?

☐ **10)** Um outro padrão usado para medir comprimentos é o **decímetro**, sendo que 1 decímetro = 10 centímetros. Logo, um metro tem quantos decímetros?

☐ **11)** Um decímetro tem quantos milímetros?

☐ **12)** Se 1 polegada tem 25 milímetros, então 1 decímetro tem quantas polegadas?

☐ **13)** Um cano de 2 polegadas de diâmetro tem quantos centímetros de diâmetro?

☐ **14)** Joana queria comprar um pedaço de pano para fazer uma toalha de mesa. Como não tinha uma fita métrica, mediu a largura e o comprimento da mesa usando seu palmo. Obteve as seguintes medidas: largura = 4 palmos; comprimento = 7 palmos. Ela sabia que seu palmo tem 18 centímetros. Quais as medidas aproximadas do pano que ela comprou?

☐ **15)** Numa construção, a distância do chão ao teto chama-se **pé direito.** Nos prédios de apartamento, o pé direito mínimo, fixado por lei, é de cerca de 2 metros e 70 centímetros. Qual a altura aproximada de um prédio com 20 andares?

Respostas
3) 200 gramas
4) Cr$ 440,00
8) 1 metro = 1.000 milímetros
11) 1 decímetro = 100 milímetros
13) 2 polegadas = 5 centímetros (aproximadamente)
15) 60 metros

AULA
14

O que é número com vírgulas?

A As frações com denominador 10, 100 e 1 000

Na aula anterior você aprendeu que um metro tem cem centímetros, isto é, de forma abreviada: 1 m = 100 cm. Por essa razão, dizemos que um centímetro é a **centésima** parte do **metro** (daí o nome **centi-metro**).

Usando a linguagem das frações, escreve-se assim:

numerador

$$1\text{ cm} = \frac{1}{100}\text{ m}$$

denominador

(um centímetro corresponde à centésima parte do metro)

Portanto:

numerador

$$10\text{ cm} = \frac{10}{100}\text{ m}$$

denominador

(dez centímetros correspondem a dez centésimos do metro)

Vimos também que um centímetro tem dez milímetros, isto é, de forma abreviada: 1 cm = 10 mm. Portanto:

numerador

$$1\text{ mm} = \frac{1}{10}\text{ cm}$$

denominador

(um milímetro corresponde à décima parte do centímetro)

Outro exemplo: 1 m = 1 000 mm.
Logo:

numerador

$$1\text{ mm} = \frac{1}{1\,000}\text{ m}$$

denominador

(um milímetro corresponde à milésima parte do metro)

• Pegue seu caderno e escreva nele o número desta aula, o título dela e, depois, **Exercícios do item A**.
Agora, copie os exercícios seguintes, completando os espaços em branco.

☐ 1) Como um **quilograma** é igual a **mil gramas** (de forma abreviada: 1 kg = 1 000 g), dizemos que um grama é a .... parte do quilograma, e escrevemos assim:

$$1\text{ g} = \frac{1}{\ldots\ldots}\text{ kg}$$

☐ 2) Como uma **tonelada** é igual a **mil quilogramas** (de forma abreviada: 1 t = 1 000 kg), dizemos que um quilograma é a .... parte da tonelada, e escrevemos assim:

$$1\text{ kg} = \frac{1}{\ldots\ldots}\text{ t}$$

☐ 3) 10 g = ——— kg

☐ 4) 2 kg = ——— t

☐ 5) 30 cm = ——— m

B As frações decimais

No item anterior escrevemos diversas frações em que o denominador é 10, 100 ou 1 000 como, por exemplo:

$$\frac{1}{100},\ \frac{10}{100},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{1\,000},\ \frac{2}{1\,000},\ \frac{30}{100},\ \text{etc.}$$

Lembre-se de que 10, 100 e 1 000 são potências de base 10 pois:

$$10 = 10^1$$
$$100 = 10^2$$
$$1\,000 = 10^3$$

Essas frações em que o denominador é uma **potência de base 10** são chamadas de **frações decimais.**

Veja bem: numa fração decimal, o denominador também pode ser 10 000 ou 100 000 pois $10\,000 = 10^4$ e $100\,000 = 10^5$. Portanto, numa fração decimal, o denominador pode ser qualquer potência de base 10.

Na lista seguinte apresentamos mais algumas frações decimais e, ao lado, a maneira de ler as mesmas:

$\frac{2}{100}$ lê-se dois centésimos

$\frac{35}{10}$ lê-se trinta e cinco décimos

$\frac{81}{1\,000}$ lê-se oitenta e um milésimos

$\frac{435}{10\,000}$ lê-se quatrocentos e trinta e cinco décimos de milésimos

---

• Pegue novamente seu caderno e, depois de escrever **Exercícios do item B**, copie as frações decimais seguintes e escreva ao lado de cada uma delas a maneira como elas são lidas.

☐ 6) $\frac{38}{100}$ lê-se ....

☐ 7) $\frac{21}{10}$ lê-se ....

☐ **8)** $\frac{5}{1\,000}$ lê-se ....

☐ **9)** $\frac{351}{10\,000}$ lê-se ....

C Números com vírgula

Você deve estar lembrado de que, no nosso sistema de numeração, os algarismos têm um **valor posicional**. Por exemplo, no número 384

- **4 indica 4 unidades** (é 4 mesmo)
- **8 indica 8 dezenas** (isto é, 80)
- **3 indica 3 centenas** (isto é, 300)

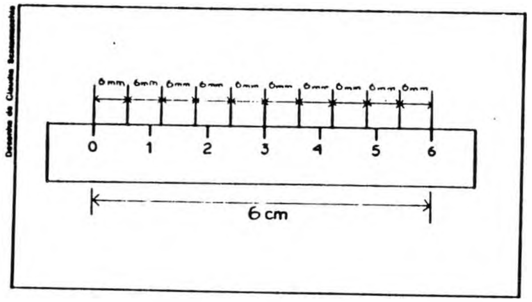
Da direita para a esquerda, o valor de cada casa é multiplicado por 10 e, portanto, da esquerda para a direita, o valor de cada casa é dividido por 10:

3	8	4
casa das centenas	casa das dezenas	casa das unidades

Para compreender o que é um número com vírgula, vamos imaginar a seguinte situação: ao medir a largura de uma tábua, um marceneiro obteve 54 cm e mais 6 mm.

Esta medida pode ser representada por um **número com vírgula**. Para isso, precisamos descobrir quantos centímetros correspondem a 6 milímetros.

Como já vimos, 6 milímetros é igual a 6 décimos de centímetros (6 mm $= \frac{6}{10}$ cm). Podemos dizer também que 6 mm é igual a 6 cm dividido por 10.



Portanto, a largura da tábua que o marceneiro mediu é:

54 cm + 6 mm = 54 cm + $\frac{6}{10}$ cm

Vamos usar o **princípio posicional** dos algarismos. Como $\frac{6}{10}$ é a décima parte de 6, poderíamos pensar em escrever o algarismo 6 à direita de 54 e, assim, obteríamos o número 546. Mas, desse modo, o 6 representaria 6 unidades, isto é, 6 cm e não **6 décimos** de cm. Para desfazer essa confusão, usa-se uma **vírgula** para separar a unidade

(que é 4) do décimo de unidade (que é 6), e escrevemos assim: **54,6 cm**.

Não se esqueça de que 54,6 cm significa 54 centímetros mais 6 décimos de centímetro, ou seja, 54 centímetros mais 6 milímetros.

Assim, todas as frações decimais podem ser escritas na forma de números com vírgula:

$$\frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$\frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$\frac{23}{100} = 0{,}23$$

$$\frac{325}{10} = 32{,}5$$

- Tente agora resolver os exercícios seguintes. Se você tiver dúvidas, leia novamente este **item C** e, depois, tente resolver os exercícios, mesmo que as coisas não estejam muito claras.

☐ **10)** Escreva as seguintes frações decimais na forma de números com vírgula:

a) 6 cm $= \frac{6}{100}$ m = 0, ... m

b) 58 g $= \frac{58}{1\,000}$ kg = 0, ... kg

☐ **11)** Complete os espaços em branco, como foi feito no **item A**

a) 3,5 cm = 3 centímetros mais 5 ....

b) 4,98 m = 4 metros mais 98 ....

c) 5,40 m = 5 metros mais 40 ....

d) 5,4 m = 5 metros mais ....

e) 5,394 km = 5 .... mais 394 ....

f) 10,350 kg = 10 quilogramas mais ....

g) 5,4 kg = ...

☐ **12)** Você já sabe que: **1 polegada = 25 milímetros** (aproximadamente). Também podemos escrever que **1 polegada = 2,5 cm**, e isso significa que uma polegada é igual a .... centímetros mais cinco .... de centímetro, ou, ainda, que uma polegada é igual a .... centímetros mais .... milímetros.

☐ **13)** Para poder fazer um armário embutido, um marceneiro mediu a largura do quarto e obteve 3 metros mais 15 centímetros, isto é, ele obteve 3, ... m.

☐ **14)** Escreva as frações seguintes na forma de números com vírgula:

a) 73 m $= \frac{73}{1\,000}$ km = ... km

b) 8 457 mm = $\frac{8\,457}{1\,000}$ m = ... m

c) 348 kg = $\frac{348}{1\,000}$ t = ... t

d) 4 800 g = $\frac{4\,800}{1\,000}$ kg = ... kg

D Todo o número com vírgula é uma fração decimal

Já sabemos que:

$0{,}536 = \frac{536}{1\,000}$ $\quad 8{,}34 = \frac{834}{100}$ $\quad 0{,}3 = \frac{3}{10}$

Portanto, cada número com vírgula não é mais do que uma fração decimal. Entenda bem: 0,536 e $\frac{536}{1\,000}$ são duas maneiras diferentes de se escrever o mesmo número. Então, não se esqueça de que:

$$\frac{536}{1\,000} = 0{,}536$$

Estamos usando duas maneiras diferentes para representar a mesma coisa.

• Agora, pegue seu caderno e escreva cada um dos números seguintes na forma de fração decimal.

☐ **15)** 0,38 =
☐ **16)** 2,5 =
☐ **17)** 0,127 =
☐ **18)** 3,59 =
☐ **19)** 8,222 =
☐ **20)** 0,001 =
☐ **21)** 8,5348 =
☐ **22)** 13,5001 =

• Você aprendeu que as frações decimais e os números com vírgula são dois modos diferentes de representar a mesma coisa. Você conhece alguma outra situação em que usamos palavras, gestos ou sinais diferentes para representar a mesma coisa?

E A leitura dos números com vírgula

Ao medir um terreno, um agrimensor obteve 37,85 m de frente. Isso significa que a frente do terreno tem:
3 **dezenas** de metro, mais
7 **unidades** de metro, mais
8 **décimos** de metro, mais
5 **centésimos** de metro

37,85

casa das dezenas — casa das unidades — casa dos décimos — casa dos centésimos

Também podemos dizer que a frente de tal terreno tem **37 metros + 85 centésimos de metro**.

Por essa razão, o número 37,85 m pode também ser lido assim: **trinta e sete metros mais oitenta e cinco centésimos de metro**. Ou ainda: **trinta e sete metros e oitenta e cinco centímetros**. Também é costume ler o número 37,85 m simplesmente assim: **trinta e sete vírgula oitenta e cinco metros**.

• Pegue mais uma vez o seu caderno e copie os exercícios seguintes, preenchendo os espaços em branco. Antes de começar, não se esqueça de indicar: **Exercícios do item E.**

☐ **23)** No número 3 548,721
a) o algarismo 3 indica 3 milhares
b) o algarismo 5 indica 5 ....
c) o algarismo 4 indica 4 ....
d) o algarismo 8 indica 8 ....
e) o algarismo 7 indica 7 décimos
f) o algarismo 2 indica 2 ....
g) o algarismo 1 indica 1 ....
h) Tal número lê-se assim: três mil quinhentos e .... inteiros e setecentos e vinte e um ....

☐ **24)** No número 13 985,6034 temos:
a) 6 décimos **f)** .... décimos de milésimos
b) .... centenas **g)** .... dezenas
c) .... centésimos **h)** .... milésimos
d) .... milhares **i)** .... dezenas de milhar
e) .... unidades

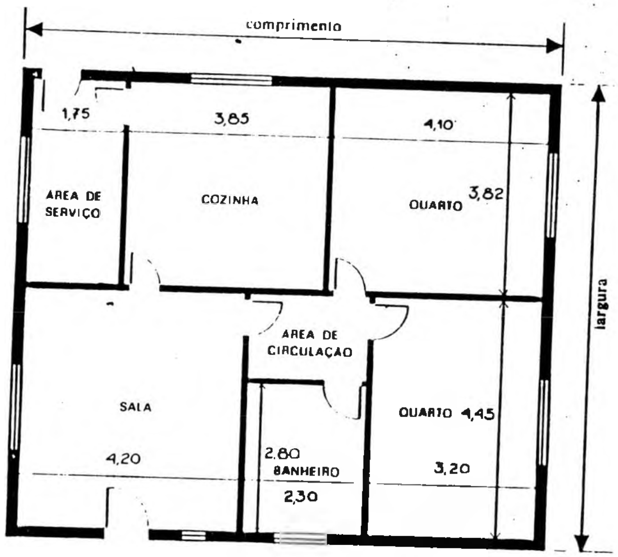
Respostas
3) 10 g = $\frac{10}{1\,000}$ kg [illegible] 4) 2 kg = $\frac{2}{1\,000}$ [illegible] 5) 30 cm = $\frac{30}{100}$ m [illegible]
[illegible]) trinta e oito centésimos [illegible]
9) trezentos e cinquenta e um décimos de milésimos [illegible]
10) a) 0,06 m [illegible]
11) b) 98 centésimos de metro, ou 98 centímetros [illegible]
d) 4 décimos de metro, ou 4 decímetros, ou 40 centímetros [illegible]
g) 5 quilogramas mais 4 décimos de quilograma, ou 5 quilogramas mais 400 gramas
[illegible] a) 0,075 km [illegible] d) 4,800 kg [illegible]
16) $2{,}5 = \frac{25}{10}$ [illegible] 19) $8{,}222 = \frac{8\,222}{1\,000}$ [illegible] 21) $8{,}5348 = \frac{85\,348}{10\,000}$
23) c) dezenas; f) centésimos; g) milésimo; h) quarenta e oito [illegible] milésimos
24) b) 9 [illegible] c) 0 [illegible] f) 4 [illegible] i) [illegible]

AULA
15

Fazendo contas com vírgula

A Adição e subtração com vírgulas

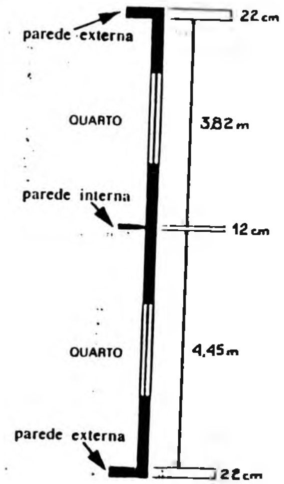
Nesta aula começaremos a fazer contas onde aparecem números com vírgulas: são as contas com vírgulas. Aprenderemos a fazer esses cálculos durante a resolução de alguns problemas.



☐ **1)** As medidas, em metros, dos cômodos de uma casa estão indicadas na planta acima. As paredes externas têm **22 cm** de espessura e as internas têm **12 cm** de espessura. Qual é a largura total e qual é o comprimento total da casa? Qual é a largura da área de circulação?

Resolução:

Para obter a **largura da casa** devemos somar 22 cm com 3,82 m com 12 cm com 4,45 m e com 22 cm. **Para isso, porém**, devemos usar uma **única unidade de comprimento.** Então, vamos converter centímetro em metro:



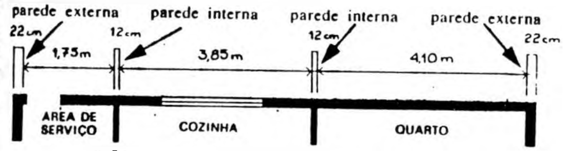
$$22 \text{ cm} = \frac{22}{100} \text{ m} = 0{,}22 \text{ m}$$

$$12 \text{ cm} = \frac{12}{100} \text{ m} = 0{,}12 \text{ m}$$

Para somar números com vírgulas devemos colocá-los uns debaixo dos outros, de modo que **todas as vírgulas também** fiquem uma debaixo da outra. Assim:

	0,22 m	**(espessura da parede externa)**
	3,82 m	**(largura do quarto)**
+	0,12 m	**(espessura da parede interna)**
	4,45 m	**(largura do quarto)**
	0,22 m	**(espessura da parede externa)**
	8,83 m	**(largura da casa)**

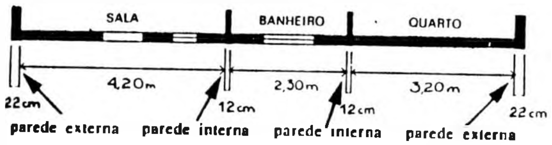
A largura da casa é de 8,83 m, isto é, 8 metros e 83 centímetros. Para obter o comprimento da casa devemos somar os números:



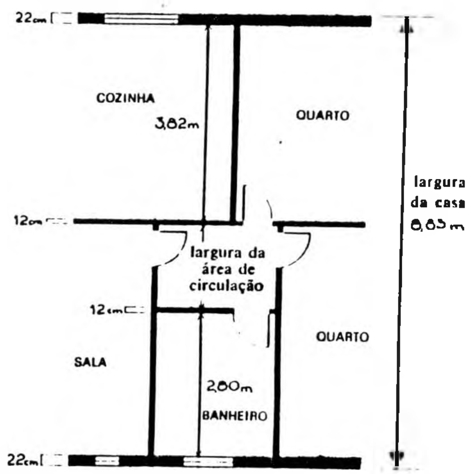
	0,22 m	**(parede externa)**
	1,75 m	**(área de serviço)**
	0,12 m	**(parede interna)**
+	3,85 m	**(cozinha)**
	0,12 m	**(parede interna)**
	4,10 m	**(quarto)**
	0,22 m	**(parede externa)**
	10,38 m	**(comprimento da casa)**

Logo, o comprimento da casa é de 10,38 m.

Você também pode obter este comprimento somando as medidas da sala, do banheiro e do quarto.



Se você fizer a soma, deverá obter 10,38 metros. Vamos agora obter a largura da área de circulação.



A figura mostra que, para obter a largura da área de circulação, devemos somar 22 cm com 3,82 m com 12 cm com 12 cm com 2,80 m e com 22 cm. A seguir, devemos calcular quanto falta para 8,83 m:

	0,22 m	(parede externa)
	3,82 m	(cozinha)
	0,12 m	(parede interna)
+	0,12 m	(parede interna)
	2,80 m	(banheiro)
	0,22 m	(parede externa)
	7,30 m	

	8,83 m	← largura da casa
−	7,30 m	
	1,53 m	← largura da área de circulação

Logo, a largura da área de circulação é de 1,53 m.

Resposta: A largura da casa é de 8,83 m e seu comprimento é de 10,38 m. A largura da área de circulação é de 1,53 m.

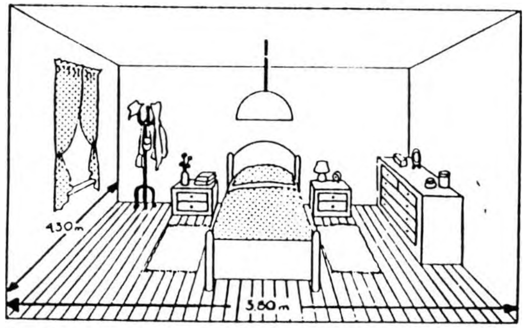
• Agora pegue o seu caderno e tente obter o comprimento da área de circulação. Depois, resolva o problema seguinte.

☐ 2) Dona Beatriz saiu de casa para fazer algumas compras. Passou no açougue e comprou meio quilo de carne moída para fazer pastéis. Na padaria pediu 15 pãezinhos de 50 g cada um, um pacote de 250 g de manteiga, dois quilos de açúcar e 250 g de café. Na quitanda comprou 2 kg de batata e um pedaço de abóbora que pesou 1 kg e 350 g. Ao chegar em casa dona Beatriz sentiu o braço cansado. Que peso ela carregara na sua sacola?

B Multiplicação com vírgula

Vamos aprender a multiplicar números com vírgulas, durante a resolução dos próximos problemas.

☐ 3) Quantos metros de tábua de assoalho de peroba serão necessários para assoalhar um quarto de 3,80 m por 4,30 m? A largura de cada tábua é 10 cm.



Resolução:

Cada tábua de assoalho tem 10 cm de largura. Como 1 m = 100 cm, em um metro cabem 10 tábuas, uma ao lado da outra. Portanto, em 3,80 m cabem 38 tábuas (3,80 m = 380 cm). O comprimento de cada tábua é 4,30 m. Logo, para saber quantos metros de madeira são necessários, devemos multiplicar 4,30 por 38.

Para fazer essa multiplicação, consideramos inicialmente que 4,30 m = 430 cm. Multiplicaremos, então, 38 por 430:

```
  430
 x 38
 3440
1290
16340
```

Logo: 38 × 430 cm = 16 340 cm. Passando esta medida para metros, temos: 16 340 cm = 163,40 m. Portanto, 38 × 4,30 m = 163,40 m.

Resposta: Para assoalhar o quarto serão necessários 163,40 m de tábua de peroba.

Veja bem: na resolução desse problema passamos metros para centímetros; e, depois da multiplicação, fizemos o contrário, passando centímetros para metros.

Essas idas e vindas, porém, podem ser evitadas, desde que se saiba multiplicar números com vírgulas. A regra é a seguinte: inicialmente multiplica-se os números como se não tivessem vírgulas. Assim, fazemos a multiplicação como se fosse 38 × 430:

```
 4,30        430
x 38        x 38
  ?         3440
           1290
           16340
```

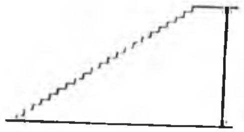
A seguir, como 4,30 tem 2 casas após a vírgula, no resultado 16 340 devemos colocar a vírgula de modo que também esse número fique com 2 casas decimais:

```
  4,30   ← 2 casas após a vírgula
 x 38
 3440
1290
163,40   ← 2 casas após a vírgula
```

• Observe novamente a figura que ilustra o exercício que acabamos de resolver. Repare que as tábuas do assoalho foram colocadas no sentido da dimensão maior do quarto, que é 4,30 m. Se as tábuas fossem colocadas no sentido da dimensão menor, que é 3,80 m, o número total de metros de tábua seria o mesmo. Para comprovar isso, faça os cálculos necessários no seu caderno. Depois, resolva os próximos problemas.

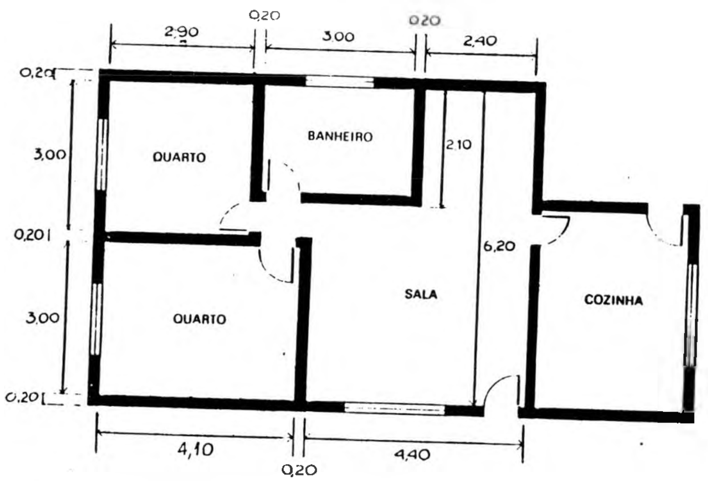
☐ **4)** A escada de um sobrado tem 22 degraus e cada degrau tem 14 cm de altura. Qual a distância, **em metros**, do chão do andar térreo ao chão do andar superior?

Para resolver este problema, você pode fazer 22 × 14 cm ou 22 × 0,14 m.

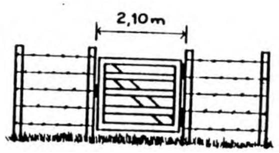


● O problema seguinte já foi apresentado na **Aula 12**. Se naquela ocasião você conseguiu resolvê-lo, pule-o, agora, se quiser. Mas se encontrou dificuldades, tente resolvê-lo no seu caderno. Achamos que as dificuldades serão menores.

☐ **5)** Seu Severino está construindo sua casa. Já na fase de acabamento ele quer colocar rodapé de madeira na **sala** e nos **dois quartos**. As medidas dos cômodos, em metros, estão na planta a seguir (as portas medem 70 centímetros de largura). Quantos metros de rodapé são necessários? Se 1 metro de rodapé custa Cr$ 80,00, quanto Seu Severino pagará por este material?



☐ **6)** Um terreno retangular tem 62,3 m de frente por 94,8 m de fundo. Deseja-se cercá-lo com 5 fios de arame. O portão será de madeira e terá 2,10 m de largura, como na ilustração ao lado. Quantos metros de arame serão necessários?

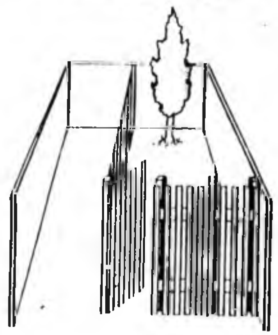


C Divisão com vírgulas

Vamos aprender a divisão de números com vírgulas, durante a resolução do próximo problema.

☐ **7)** Seu Luís resolveu criar galinhas no fundo do quintal (veja ilustração a seguir). Para isso ele vai cercar um pedaço de terreno de 7 m por 8 m, aproveitando uma

parede e um muro já existentes. Se não cercar, as galinhas acabam com sua horta! A cerca terá 1,40 m de altura e será construída com ripas de peroba de 5 cm de largura. Entre duas ripas ele quer deixar um vão de 7 cm. Quantos metros de ripa serão necessários para executar o serviço?



Resolução:

O comprimento total da cerca é de 7 m + 8 m = 15 m. Cada ripa e o vão vizinho a ela preenchem 5 cm + 7 cm = 12 cm de cerca. Portanto, para descobrir o número de ripas, devemos saber **quantas vezes 12 cm cabem em 15 m** — isto é, devemos dividir 15 m por 12 cm. Uma vez que 15 m = 1 500 cm, dividiremos 1 500 por 12.

```
1500 |12
 30   125   ← número de ripas
  60
   0
```

Como cada ripa tem 1,40 m de comprimento, para saber quantos metros de ripa serão necessários multiplicaremos 125 por 1,40 m:

```
   1,40    ← 2 casas após a vírgula
  ×125
   700
  280
 140
 175,00    ← 2 casas após a vírgula
```

Resposta: Serão necessários 175 m de ripa para executar o serviço.

Para obter o número de ripas, dividimos 1 500 cm por 12 cm. Poderíamos também dividir 15 m por 0,12 m. E aqui, novamente, precisamos estabelecer **regras para as vírgulas**. Pois bem, para dividir 15 por 0,12, a primeira providência é **acertar as casas**: tanto o dividendo como o divisor devem ter o mesmo número de casas após a vírgula. Como em 0,12 temos **duas** casas decimais, colocamos **dois** zeros após o 15 (ficando com 15,00), e em seguida eliminamos a vírgula nos dois números. Ficamos então com 1 500 e 12:

$$15\cancel{,}00 \mid \cancel{0,}12$$

Finalmente, efetuamos a divisão do 1 500 pelo 12:

$$1500 \mid 12$$

Isso tudo que fizemos corresponde a multiplicar tanto o dividendo como o divisor por 100 — ou seja, passar de metros para centímetros.

Respostas
2) 7,1 kg
4) 3,08 m
5) Cerca de 44 metros de rodapé custarão mais ou menos Cr$ 3.500,00

AULA

16

A medida da Terra

A A terra é o bem maior dos homens

Você já aprendeu que a vida dos homens foi mudando ao longo dos tempos. Uma coisa, porém, não mudou: **hoje, como há milhares de anos, o homem precisa da terra para sobreviver.** Mas essa necessidade nem sempre é sentida da mesma forma, por todos os povos.

Veja, por exemplo, o que aconteceu nos Estados Unidos, no século passado. Naquela época, as tribos indígenas ainda eram numerosas e viviam em grandes extensões de terra. Em 1854, o presidente dos Estados Unidos quis comprar uma grande extensão de terra ocupada pelos índios Seattle, oferecendo-lhes, em troca, outro pedaço de terra, em outro local. Você vai ler agora parte da resposta que o chefe indígena deu ao presidente norte-americano.

A TERRA É NOSSA MÃE
(texto adaptado)

CHIEF SEATTLE

Como é que se pode comprar ou vender o céu, o calor da terra? Não entendemos isso!

Cada ponto desta terra é sagrado na memória e na experiência de meu povo. Nossos mortos nunca esquecem esta bela terra, pois ela é a mãe do homem vermelho. Somos parte da terra e ela faz parte de nós. Portanto, quando

o Grande Chefe Branco em Washington manda dizer que deseja comprar nossas terras, pede muito de nós. Pois esta terra é sagrada para nós.

Sabemos que o homem branco não compreende nosso modo de ser. Para ele, qualquer porção de terra representa a mesma coisa. Trata sua mãe, a terra, e seu irmão, o céu, como coisas que possam ser compradas, saqueadas, vendidas como carneiros ou enfeites coloridos. Seu apetite terminará por devorar a terra, deixando somente um deserto.

Isso sabemos: a terra não pertence ao homem, o homem pertence à terra. Tudo aquilo que acontecer à terra, acontecerá aos filhos da terra!

- De acordo com o chefe indígena, o que é que a terra representa para os homens brancos? E para os índios?

O que o chefe indígena quis dizer, quando afirmou: **Seu apetite terminará por devorar a terra, deixando somente um deserto?**

B A necessidade de medir a terra

O texto que você leu mostra bem que nem todos os homens vêem a terra do mesmo modo, embora ela seja necessária a todos. Os índios não a consideram como propriedade, como coisa que possa ser vendida ou trocada. Eles a respeitam enquanto fonte de vida. Já os brancos vêem a terra como propriedade, como coisa que possa trazer-lhes lucros e riquezas. Nesse sentido, a luta pela posse da terra é muito antiga. E esse desejo de possuir terras provocou também, há muito tempo, uma necessidade: a de **medir** as terras pertencentes a cada um. Pode-se dizer, mesmo, que a **medição de terras** foi uma das primeiras medições realizadas pelos homens.

Em seu livro **Conceitos fundamentais da matemática**, Bento de Jesus Caraça fala das origens da Geometria, comentando um fato que teria acontecido no Egito antigo.

Essa história conta que há mais ou menos uns 4 000 anos viveu no Egito um rei que teria resolvido dividir as terras de seu país entre todos os seus habitantes. Para fazer isso, ele deu a cada um deles um pedaço de terra retangular e do mesmo tamanho. Por esses lotes, cada habitante deveria pagar, por ano, um determinado imposto.

Mas, quando aconteciam as enchentes periódicas do rio Nilo, algumas dessas terras eram invadidas pelas águas que subiam, e ficavam, assim, diminuídas. Toda a vez que isso ocorria, o rei mandava que os lotes fossem novamente medidos, para que se verificasse de quanto eles tinham sido diminuídos. Então, os impostos eram pagos de acordo com a nova medida de cada pedaço de terra.

Segundo se acredita, a necessidade de medir áreas e de representar essas medidas, em situações como essa, provavelmente teria sido um dos fatos responsáveis pelo surgimento da Geometria.

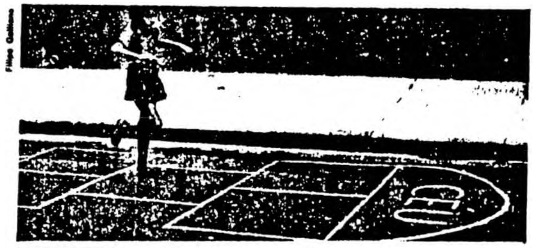
A necessidade de medir a terra continua até hoje, e os profissionais que fazem este trabalho chamam-se **agrimensores** ou **topógrafos**. Talvez você já os tenha visto trabalhando na cidade, medindo ruas, ou então no campo, medindo a área de um sítio.

O aparelho usado para medir um terreno chama-se teodolito

C Unidades de medida de área

O metro quadrado

Para medir a área de um terreno pequeno costuma-se usar como **padrão** ou **unidade de medida** o **metro quadrado**, que é a área de uma porção de terra, que tem a forma de um quadrado, e cujos lados medem **um metro**.

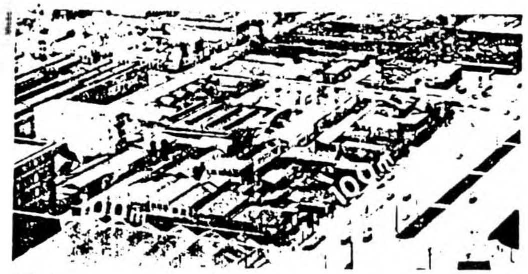


Os quadrados deste jogo de amarelinha têm **1 m** de lado

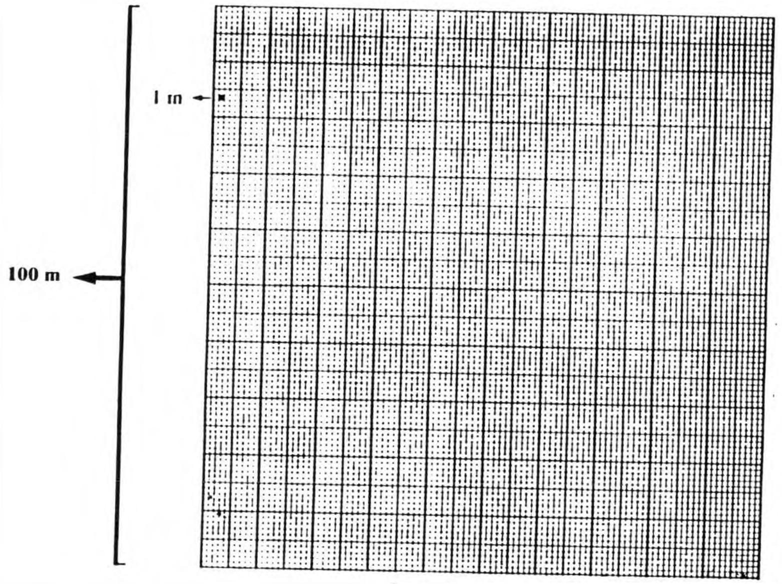
No entanto, para medir grandes porções de terra (como sítios, fazendas, municípios, Estados e países), o metro quadrado — que se abrevia **m²** — é um padrão incômodo por ser pequeno demais. Nesses casos são usados outros padrões: hectare, alqueire, quilômetro quadrado.

O hectare

O hectare — que se abrevia **ha** — é a área de um quadrado no qual cada um dos lados mede **cem metros**. Para você ter uma idéia do tamanho desse padrão, lembre-se de que, em geral, os quarteirões das cidades são quadrados cujos lados medem **100 m** cada um.



Vamos agora descobrir **quantos metros quadrados cabem num hectare**. Para isso, imagine um quadradão de 100 m de lado e um quadrado de 1 m de lado. Quantas vezes o pequeno cabe no grande? A figura seguinte mostra a resposta.



Dentro do quadradão de 100 m de lado podemos colocar **100 fileiras** de quadrados de 1 m de lado, sendo que em cada fileira teremos 100 quadrados. Logo, o número de quadrados de 1 m de lado que cabem dentro de um quadradão de 100 m de lado é $100 \times 100 = 10\,000$ e, portanto:

1 ha = 10 000 m² ou 1 ha = 10⁴ m²

O alqueire

O alqueire é uma unidade de medida de área muito usada no Brasil. O seu valor, porém, varia de acordo com as diversas regiões do nosso país. O chamado **alqueire paulista**, usado em algumas partes do Brasil, vale 24 200 m². Já o chamado **alqueire mineiro**, usado em outras regiões, vale o dobro do paulista — isto é, 48 400 m². Em outras regiões do Brasil são usados ainda o **alqueire do Norte**, que vale 27 225 m², e o **alqueirão**, usado no sudoeste do Estado da Bahia, que vale 193 600 m².

O quilômetro quadrado

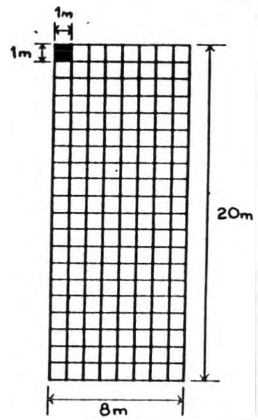
O quilômetro quadrado — que se abrevia **km²** — é a área de um enorme quadrado cujos lados medem, cada um, 1 km. Para ter uma idéia do tamanho dessa unidade de medida, lembre-se de que, se cada quarteirão de uma cidade tem 100 m de lado, então dentro de 1 km² cabem 10 fileiras de 10 quarteirões cada uma, ou seja $10 \times 10 = 100$ quarteirões. Portanto, **1 km² = 100 ha**

1 km² = 100 ha

O quilômetro quadrado é a unidade de medida usada para indicar a extensão dos países. O Brasil, por exemplo, que é o 5.º país do mundo em extensão territorial, tem 8 511 965 km².

● Agora, pegue seu caderno e vamos resolver alguns exercícios, usando as unidades de medida. **Não se esqueça** de anotar o número de cada exercício, antes de escrever suas respostas.

☐ **1)** No loteamento Jardim Santa Cruz, um terreno de 8 m de frente por 20 m de fundo está sendo vendido por Cr$ 960.000,00 a vista. Qual o preço do m² de terreno?



Resolução:

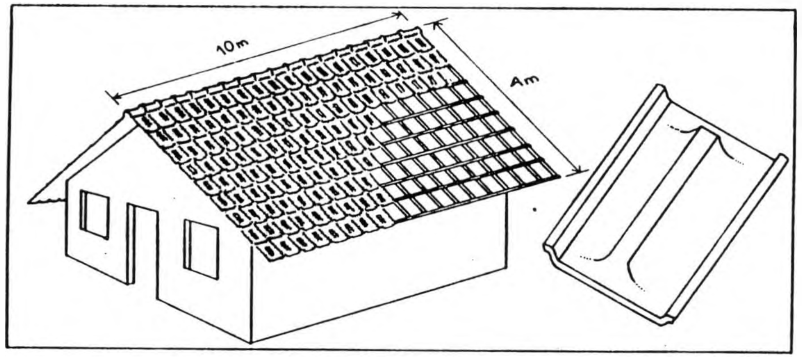
Dentro de um terreno de 8 m por 20 m cabem 8 × 20 quadrados de 1 m de lado. (Veja figura ao lado.) Logo, a área de tal terreno é 8 m × 20 m = 160 m².

Para obter o preço do metro quadrado deveremos dividir 960 000 por 160.

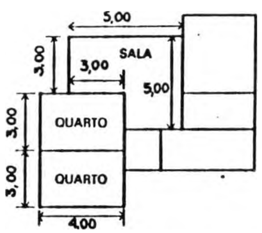
Faça esta conta. Verá que cada metro quadrado custa Cr$ 6.000,00.

☐ **2)** Numa fazenda de criação de gado, para engorda, foram formados 50 alqueires de pasto de excelente qualidade. Nele podem ser mantidas 8 cabeças de gado por alqueire. Em uma outra parte da fazenda, com 75 alqueires de área, há um pasto de qualidade inferior que comporta, no máximo, 5 cabeças por alqueire. Ao todo, quantos animais podem ser mantidos nessa fazenda de criação?

☐ **3)** Quantas telhas francesas serão necessárias para cobrir a casa desenhada abaixo, sabendo que para cada m² de telhado são necessárias 15 telhas?



☐ **4)** Quantos metros quadrados de carpete serão necessários para forrar os dois quartos e a sala da casa cuja planta está representada a seguir? Observe que as medidas são dadas em metros.



Respostas
1) 775 animais
3) 43 m² [illegible]

AULA 17

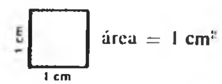
Quantos litros cabem na caixa-d'água?

Desenhos de [illegible]

A Ainda medidas de áreas

Na primeira parte desta aula vamos resolver mais alguns exercícios sobre medidas de áreas.

Na aula anterior, você aprendeu que um **metro quadrado (1 m²)** é a **área** de um quadrado cujo lado mede **1 m.** Pois bem, para medir pequenas áreas — como, por exemplo, a área da folha de papel em que você escreve —, costuma-se usar o **centímetro quadrado (cm²)**, que é a **área** de um quadradinho cujo lado mede 1 cm.



☐ **1)** Usando o que você acabou de ver, descubra quantos centímetros quadrados cabem num metro quadrado. Em seguida, preencha o espaço em branco:

1 m² = ______ cm²

Para medir pequenas áreas costuma-se também usar o **decímetro quadrado (dm²)**, que é a **área** de um quadrado cujo lado mede **1 dm**, isto é, 10 cm.

☐ **2)** Desenhe em seu caderno um quadrado com 1 dm de lado e descubra quantos centímetros quadrados cabem num decímetro quadrado. Descubra também quantos decímetros quadrados cabem num metro quadrado.

Agora, preencha os espaços em branco:

1 dm² = ... cm²   1 m² = ______ dm²

☐ **3)** Qual é a área de um terreno retangular que mede 8,3 m de frente por 20,4 m de fundo?

Resolução:

Vamos inicialmente passar as medidas do terreno, que estão em **metros**, para **decímetros**. Como **1 m = 10 dm**, temos:

frente = 8,3 m = 83 dm
fundo = 20,4 m = 204 dm

Fizemos esta mudança de unidade a fim de eliminar as vírgulas. Agora, vamos calcular a área do terreno em decímetros quadrados. A frente do mesmo pode ser dividida em 83 pedaços iguais a 1 dm, e o fundo em 204 pedaços iguais a 1 dm.

Logo, a área do terreno é 83 dm × 204 dm = 16 932 dm². Vamos agora ver qual é a área do terreno em m². Ao resolver o exercício anterior, você descobriu que 1 m² = 100 dm² e, portanto, 1 dm² = $\frac{1}{100}$ m². Podemos, então, concluir que a **área do terreno em m² é:**

$$16\,932\ dm^2 = \frac{16\,932}{100}\ m^2 = 169{,}32\ m^2$$

Resposta: A área do [illegible]

Podemos obter a área do terreno diretamente em metros quadrados, multiplicando suas medidas **em metros.** Para isso, devemos observar a **regra da vírgula: o número** de casas decimais do produto é a soma do número de casas decimais de cada fator.

```
   20,4   ← 1 decimal }
   x8,3        +      }  = 2 decimais
  -----   ← 1 decimal }
    612
  1632
 ------
 169,32
```

☐ **4)** Um sítio tem 15 alqueires paulistas. Qual é sua **área** em hectares?

Resolução:

Como você aprendeu na **Aula 16**, um alqueire paulista tem 24 200 **m²**. Portanto, 15 alqueires paulistas correspondem a 15 × 24 200 m². Faça esta conta no seu caderno. Você obterá 363 000 m². Como um hectare tem 10 000 **m²**, para obter a resposta deste problema devemos dividir 363 000 m² por 10 000 m², correto?

Vamos fazer esta divisão:

```
363000 |10000
063000  36
 03000
```

Como você está vendo, essa é uma divisão com resto, isto é, não exata. Pois bem, como podemos prosseguir, dividindo também o resto?

Para prosseguir, colocamos **um zero** ao lado do resto, que é 3 000, e **uma vírgula** ao lado do quociente, que é o 36.

```
363000 |10000
063000  36,
 030000
```

e prosseguimos dividindo o 30 000 pelo 10 000:

```
363000 |10000
063000  36,3
 030000
  00000
```

Resposta: A área do sítio é 36,3 ha.

☐ **5)** Quantos azulejos serão necessários para revestir uma parede de 3,45 m por 2,70 m, sabendo que cada azulejo tem 15 cm por 15 cm?

Resolução:

Vamos inicialmente passar as medidas da parede para centímetros (o objetivo disso é eliminar as vírgulas).

3,45 m = 345 cm

2,70 m = 270 cm

Logo, a **área da parede**, em centímetros quadrados, é:

345 cm × 270 cm = 93 150 cm²

A **área de cada azulejo** é 15 cm × 15 cm = 225 cm².

Para descobrir quantos azulejos cabem na parede, devemos dividir 93 150 por 225:

```
93150 |225
0315   414  ← número de azulejos
 0900
  000
```

Resposta: Serão necessários **414 azulejos.**

Todos os cálculos desse exercício poderiam ser feitos com todas as medidas em metros. Assim:

área da parede = 3,45 m × 2,70 m = 9,3150 m²

área de cada azulejo = 0,15 m × 0,15 m = 0,0225 m²

Estas contas são efetuadas assim:

```
  2,70   ← 2 decimais }
 x3,45   ← 2 decimais }  = 4 decimais
 -----
  1350
 1080
 810
------
9,3150
```

```
  0,15   ← 2 decimais }
 x0,15   ← 2 decimais }  = 4 decimais
 -----
    75
   15
------
0,0225
```

Nesse caso devemos dividir 9,3150 m² por 0,0225 m². Observe que os dois números têm quatro casas decimais. Como o número de casas decimais é igual, podemos eliminar as vírgulas:

```
93150 |00225
```

Observe ainda que **00225** é o mesmo que **225**, pois o **zero à esquerda não modifica** o valor do número. Assim, a divisão que deveremos fazer agora é a mesma que já fizemos antes:

```
93150 |225
0315   414  ← número de azulejos
 0900
  000
```

[B] O relógio de água

Nas ruas servidas por água encanada, o consumo de água é controlado por um medidor, instalado na entrada de cada casa. Esse medidor é conhecido pelo nome de **relógio de água**.

Esse relógio é também chamado **hidrômetro (hidro** significa **água**; logo, hidrômetro quer dizer **que mede a água)**. Ao final do mês (ou de dois em dois meses), o consumo de água de cada casa vem indicado na respectiva conta.

Assim, por exemplo, na conta que aparece ao lado, o consumo foi de 26 m³. Você sabe o que significa o símbolo **m³**? Este símbolo é a abreviatura de **metro cúbico**, que é uma unidade de **medida de volumes**.

Para compreender o que é um metro cúbico **(1 m³)**, imagine uma caixa-d'água de formato cúbico, isto é, da forma de um dado, tendo 1 m de largura, 1 m de comprimento e 1 m de altura.

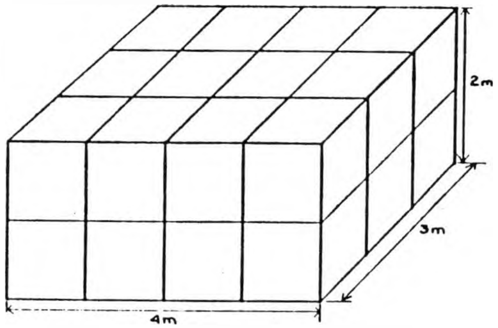
O volume de água que cabe no interior dessa caixa é igual a 1 m³. Portanto, 1 m³ **é** o volume de uma caixa cúbica, com 1 m de largura, 1 m de comprimento e 1 m de altura.

Vamos agora resolver um problema usando essa medida de volume.

☐ **6)** Uma caixa-d'água tem 3 m de largura, 4 m de comprimento e 2 m de altura. Quantos metros cúbicos de água são necessários para enchê-la?

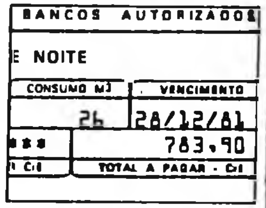
Resolução:

Vamos dividir a caixa-d'água em caixas menores com 1 m de comprimento, 1 m de largura e 1 m de altura. Quantas dessas caixas menores cabem na caixa-d'água?



Veja a figura anterior. Nela estão sombreadas 4 caixas. Devemos multiplicar essas 4 caixas por 3, porque existem 3 fileiras de caixas na camada superior. Depois, multiplicamos o resultado por 2, porque são 2 camadas de caixas: a superior e a inferior. Portanto, são 4 × 3 × 2 = 24 caixas. Você pode conferir isso contando as caixas da figura.

Em cada uma dessas caixas cabe 1 m³ de água. Portanto, são necessários 24 m³ de água para encher **a** caixa-d'água. Para chegar a esse resultado, sem o auxílio da figura, basta fazer o seguinte cálculo:



Este cartaz mostra um hidrômetro ou relógio de água

$$\underbrace{4\ \text{m}}_{\text{comprimento}} \times \underbrace{3\ \text{m}}_{\text{largura}} \times \underbrace{2\ \text{m}}_{\text{altura}} = \underbrace{24\ \text{m}^3}_{\text{volume}}$$

Resposta: São necessários 24 m³ de água para encher a caixa-d'água.

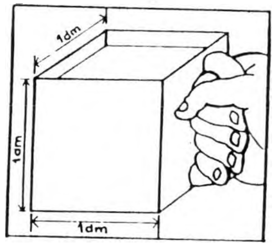
[C] O litro

Para medir pequenos volumes, o metro cúbico é, às vezes, incômodo, por ser **uma** unidade muito grande. Em **alguns** casos costuma-se então usar o **litro**, como se faz, por exemplo, com o leite.

Se você fosse colocar 1 litro de leite dentro de **uma caneca cúbica**, que dimensões ela deveria ter para que o leite coubesse justinho dentro dela?

Imagine uma caneca cúbica com 1 dm (10 cm) de largura, 1 dm de comprimento e 1 dm de altura.

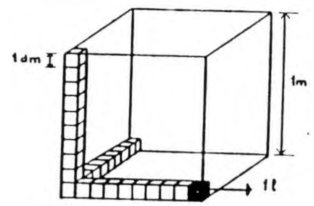
A capacidade da caneca ao lado — isto é, o **volume** de leite que cabe no seu interior — é um **decímetro cúbico (abrevia-se 1 dm³)**. O decímetro cúbico também é chamado de **litro** (abrevia-se ℓ). **Portanto, 1ℓ é o volume de uma caneca cúbica de 1 dm de lado.**



☐ **7)** Vamos ver agora quantos litros cabem em um metro cúbico.

Resolução:

Imagine um cubo grandão de **1 m** de lado e muitos cubinhos pequenos de **1 dm** de lado. Cada um desses cubinhos corresponde ao volume de **1ℓ**. Precisamos descobrir quantos cubinhos cabem no cubo grandão. Observe a figura a seguir.



Ela mostra como podemos arrumar os cubinhos dentro do cubo grandão: numa fileira temos 10 cubinhos, e podemos formar 10 fileiras iguais a esta. Logo, o fundo do cubo grandão ficará forrado com uma camada de 10 × 10 cubinhos = 100 cubinhos. Como podemos formar 10 camadas, o número total de cubinhos será 10 × 10 × 10 = = 1 000.

Portanto: **1 m³ = 1 000ℓ**

Resposta: Em um metro cúbico cabem 1 000 litros.

Respostas
1) 1 m² = 10 000 cm²
2) 1 dm² = 100 cm²
1 m² = 100 dm²

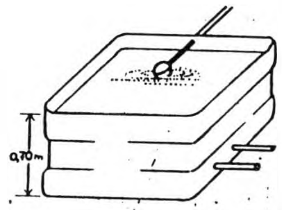
AULA
18

A medida do Tempo

[A] Ainda medidas de volume

Na aula anterior você trabalhou com algumas medidas de volume: o metro cúbico **(m^3)**, o decímetro cúbico **(dm^3)** e o litro **(ℓ)**. Agora vamos fazer mais um exercício sobre medidas de volume.

☐ **1)** Quantos litros cabem, aproximadamente, numa caixa-d'água de cimento-amianto cujas dimensões são: 0,80 m de comprimento, 1,00 m de largura e 0,70 m de altura? Lembre-se de que, por causa da bóia, uma caixa-d'água geralmente não fica completamente cheia: seus últimos 10 cm permanecem vazios. (Veja ilustração)



Resolução:

Para calcular o **volume** dessa caixa-d'água, devemos multiplicar o comprimento pela largura e em seguida pela altura:

volume = comprimento × largura × altura

Mas observe que 0,70 m é a altura da caixa, quando, na verdade, devemos considerar a altura da água, que é de 0,60 m. A caixa não fica totalmente cheia, lembra-se?

Logo:

$$\text{volume} = \underbrace{1{,}00\text{ m} \times 0{,}80\text{ m}} \times 0{,}60\text{ m}$$
$$\text{volume} = \underbrace{0{,}80\text{ m}^2 \times 0{,}60\text{ m}}$$
$$\text{volume} = 0{,}48\text{ m}^3$$

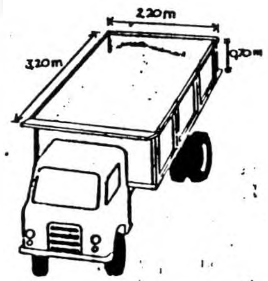
O problema pede o volume de água em **litros**; como $1\text{ m}^3 = 1\,000\ell$, temos:

$\text{volume} = 0{,}48 \times 1\,000\ell = 480\ell$

Resposta: Cabem 480 litros.

- O problema seguinte já apareceu na **Aula 12**. Naquela altura, talvez você tenha sentido dificuldade para resolvê-lo. Tente novamente, agora.

☐ **2)** Um depósito de materiais para construção utiliza um caminhão basculante para transportar areia, do porto para a obra. A carroceria do caminhão tem uma largura de 2,20 m, um comprimento de 3,20 m e uma altura de 0,70 m. O depósito garante que, numa viagem, o caminhão carrega 5 m³ de areia. Essa informação é verdadeira?



[B] O mililitro

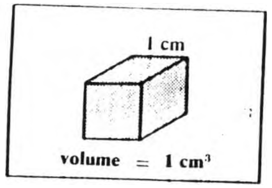
Em alguns casos, os volumes a serem medidos são tão pequenos que o litro não é uma unidade **prática, por ser** grande demais. Isso acontece, por exemplo, quando quere-

remos medir a quantidade de líquido de uma ampola de injeção.

Nesse caso, usa-se o **mililitro** (abreviatura: $m\ell$).

Repare nos rótulos das garrafas de refrigerante, cerveja, etc. O volume do seu conteúdo também costuma ser indicado em **mililitros**.

Para compreender o que é um mililitro, imagine uma caixinha cúbica de 1 cm de lado.



O volume de água que cabe nessa caixinha é de **1 cm³** e este volume corresponde a **1 $m\ell$**.

Portanto: **$1\text{ cm}^3 = 1\text{ m}\ell$**

- Agora, pegue seu caderno e resolva os problemas seguintes.

☐ **3)** Quantos mililitros cabem num litro?

Resolução:

Ao resolver o exercício 8 da **Aula 17**, vimos que: $1\ell = 1\,000\text{ cm}^3$. Agora você aprendeu que $1\text{ cm}^3 = 1\text{ m}\ell$

Logo **$1\ell = 1\,000\text{ m}\ell$.**

Resposta: Num litro cabem 1 000 mililitros.

Se $1\ell = 1\,000\text{ m}\ell$, então $1\text{ m}\ell = \frac{1}{1\,000}\ell$. Isto é, um mililitro é a **milésima** parte do litro. Daí o nome **mili-litro**.

☐ **4)** Uma outra unidade para medir volumes, muito usada na vida prática, é a **garrafa.** Sabendo que a garrafa vale **três quartos de litro,** quantos mililitros tem a garrafa?

☐ **5)** Com um barril de vinho de 300 litros, quantas garrafas de vinho podemos completar?

[C] O tempo: aliado e inimigo do homem

Além de medir comprimento, largura, altura, áreas e volumes, o homem aprendeu também a **medir o tempo**. Antes de passarmos às medidas de tempo, vejamos o que o tempo representa para o homem.

O HOMEM E O TEMPO

(texto adaptado)

HERNÂNI DONATO

A rigor, não há um só momento em que o Homem esteja livre das preocupações ou das limitações que o Tempo lhe impõe.

Isso, não só quando dá corda no relógio ou quando olha uma folhinha sobre a mesa. O passar do tempo está em toda a parte, mostrando-se, fazendo-se sentir no amadurecimento dos frutos, na ida e vinda do calor e do frio, da chuva e da seca, no subir e descer das marés, na infância que se torna juventude e na velhice que tateia a morte, nas plantas que recobrem os muros, na memória que vacila, nos retratos amarelecidos, nos sonhos esquecidos, no vinho que amadurece e na canção que se perde à distância!

O Homem passou toda a sua história criando sistemas, construindo aparelhos, conferindo dados, apelando para os astros no esforço de conhecer, controlar e se possível. . . prender este que é, ao mesmo tempo, seu aliado e inimigo, auxiliar e carrasco — o Tempo! Enquanto houver homem e houver tempo, haverá luta entre eles.
(DONATO, HERNÂNI — **História do calendário**, vol. 27, da Série Prisma, Edições Melhoramentos/Editora da Universidade de São Paulo, 1978, São Paulo, pág. 5)

O autor descreve diversas situações em que o homem sente o passar do tempo. **Você conhece outras situações** em que a ação do tempo se faz sentir?

Para medir o tempo o homem inventou diversos tipos de aparelhos e processos: quais você conhece?

Você já aprendeu que para medir uma grandeza é sempre necessário usar uma unidade, um padrão. Que unidades são usadas para medir o tempo?

[D] Foram os astros que nos ajudaram a medir o tempo

Nos laboratórios científicos, nos vôos espaciais e em algumas competições esportivas luta-se por **frações de segundo**. Nas viagens contam-se os **dias** e as **horas**. No campo, as colheitas e o plantio exigem **semanas, quinzenas** e **meses**. Os que estudam orientam-se por **semestres** e **anos**. Os juros e a correção monetária das cadernetas de poupança são pagos a cada **trimestre**. A cada **ano** comemoramos o nosso aniversário. O governo estabelece planos **qüinqüenais**. A **década** de 60 foi marcada pelas primeiras viagens espaciais. Os historiadores pesquisam o que aconteceu durante os **séculos**, os **milênios** e as **eras**. . .

Como foi que o homem aprendeu a medir o tempo? Que processos e instrumentos foram usados pelos diferentes povos, nas diversas épocas, para medir o tempo?

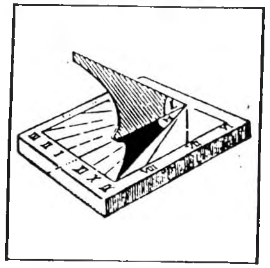
Desde o seu aparecimento na Terra o homem aprendeu a sentir a presença do tempo: na flor que murcha, na chegada do inverno, na criança que se torna adulto e na alternância dos dias e das noites. O aparecimento do Sol e da Lua dão ao homem a noção de regularidade na passagem do tempo. E foi para os astros que o homem se voltou quando sentiu a necessidade de medir o tempo.

Os astros eram velhos conhecidos do homem. No Antigo Testamento, livro sagrado que conta a criação do mundo em seis dias, está escrito que, no quarto dia, Deus criou o Sol para iluminar a terra; a Lua para distinguir o dia da noite e as estrelas para mostrar a passagem do tempo.

No Alcorão, que é o livro sagrado dos muçulmanos, lemos que: "Alá criou a Lua e suas fases, para que os homens pudessem conhecer **o número dos anos e a medida do tempo**". E todos os povos antigos contam o mesmo em seus livros sagrados.

• Agora, pare e pense um pouco. Quantos dias dura cada fase da Lua: crescente, cheia, minguante e nova?

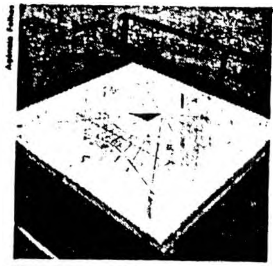
[E] Fazendo uma experiência



Relógio árabe de sol

Num dia de sol, espete um cabo de vassoura na terra, verticalmente, e coloque uma pedra marcando a ponta da sombra do cabo da vassoura. Você vai ver que, depois de algum tempo, a ponta da sombra já não estará mais no lugar em que você colocou a pedra. É que o Sol muda de lugar. Não mude a pedra de lugar. No dia seguinte, volte a observar a ponta da sombra do cabo de vassoura na mesma hora do dia anterior. Qual a posição dela? Ela está no mesmo lugar que a pedra?

Foi com base no movimento das sombras que os homens inventaram o relógio de sol, um dos primeiros instrumentos usados pelo **homem** para medir o tempo.



Relógio de sol moderno, instalado em um viaduto na cidade de Campinas

Fazendo a experiência com o cabo de vassoura, você deve ter percebido que existe uma relação entre a duração do **dia** e o movimento do Sol. O dia pode ser usado como **unidade de tempo**, um padrão que nos foi presenteado pela natureza.

Por outro lado, o movimento das sombras das árvores e pedras dão ao homem o ponto de partida para o mecanismo dos primeiros relógios: os relógios de sol, cuja invenção é atribuída aos chineses. Cravando uma haste no solo e traçando riscos, eles criaram as horas e os minutos.

Foi assim que o homem aprendeu a dividir os dias em duas metades de 12 horas cada uma. Que motivos levaram à escolha do número 12? A escolha deste número pode estar ligada ao uso da base 12 (se for necessário, recorde a **Aula 3**, onde falamos de outras bases de numeração, além da decimal). A divisão da hora em **60** minutos e do minuto em **60** segundos pode estar relacionada com o uso da base 60, que, como vimos também na **Aula 3**, era muito usada na Babilônia antiga.

• Agora, pegue seu caderno e, depois de escrever **Exercícios do item E**, copie cada um dos exercícios propostos a seguir e escreva suas respostas.

☐ **6)** A hora tem quantos segundos?

☐ **7)** Quantos minutos há num dia?

☐ **8)** A prestação do terreno de Seu Mané é de Cr$ 18.700,00 e vence todo o dia 10. Pagando fora do prazo, há uma multa de Cr$ 62,00 por dia de atraso. No dia 9 de março sua mulher ficou doente e o dinheiro da prestação foi gasto com hospital e remédios. Só no dia 25 ele conseguiu fazer um vale para pagar a prestação. Quanto ele pagou de prestação?

Respostas:
2) Podemos considerar que a afirmação é verdadeira, pois a capacidade de tal carroceria é de cerca de 4,9 m³.
4) 750 mℓ
5) 400 garrafas
8) Cr$ 19.630,00