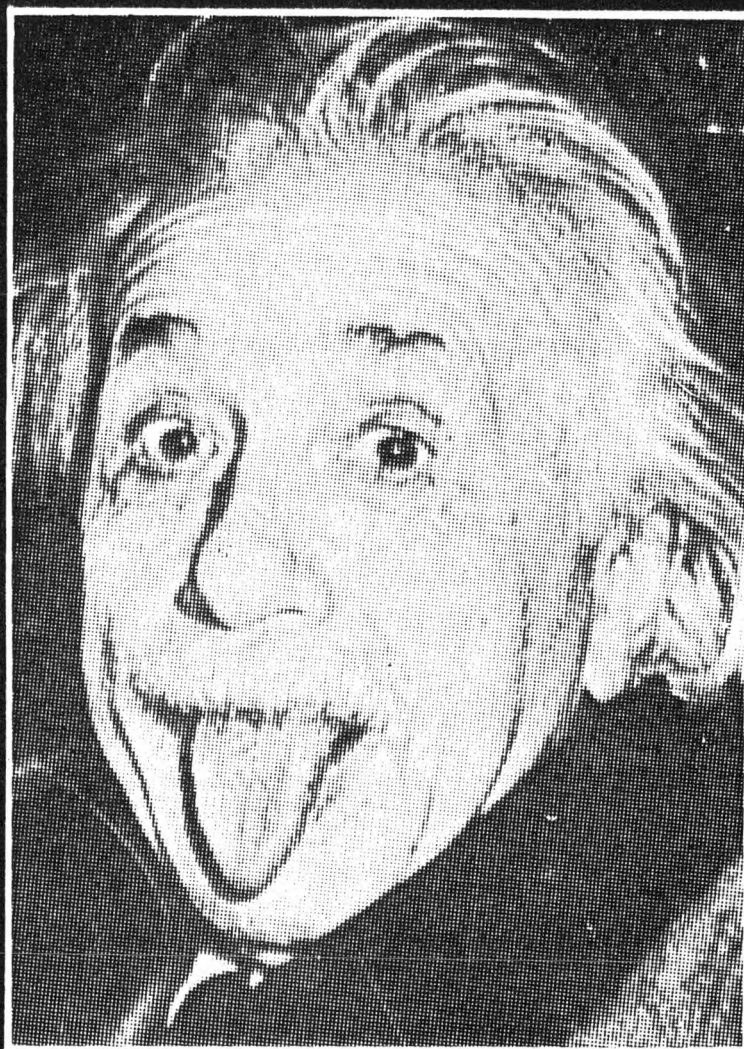


3

AMAE educando

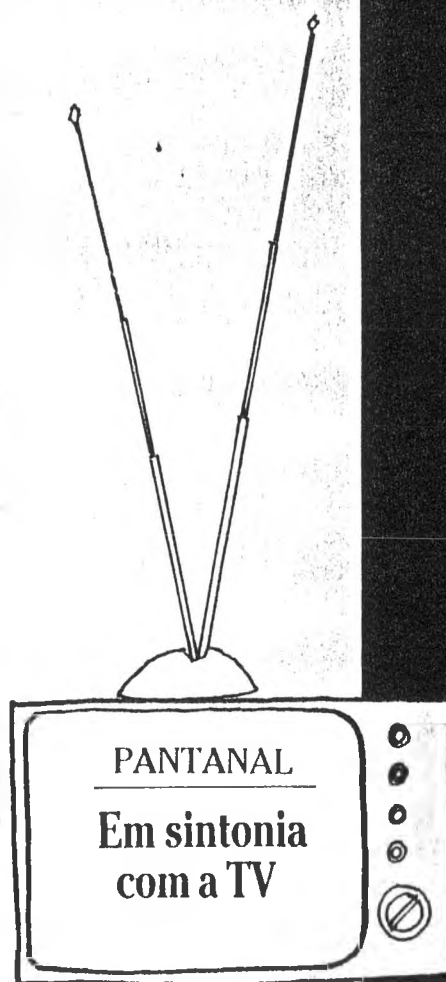
ANO XXIII - Nº 213 - AGOSTO DE 1990

Associação Mineira de Ação Educacional - FUNDAÇÃO AMAE PARA EDUCAÇÃO E CULTURA



EM DEBATE

Uma questão excepcional



Uma Construção Matemática

Em uma análise do papel da teoria construtivista na Matemática, a autora apresenta sólidos argumentos na defesa da idéia de que "é o aluno que constrói a sua compreensão de conceito". Além disso, sugere uma atividade prática e motivadora para a integração dos tópicos matemáticos na vida diária e na escola, utilizando-se de um material bastante conhecido por todos: o dinheiro.

TEREZINHA NUNES CARRAHER

Para discutir o construtivismo na educação matemática, gostaria de partir de alguns exemplos. Você vai, então, aprender os números em japonês. No quadro 1 estão os números básicos e sua pronúncia em japonês escrita em letras romanas. Estude bem esse quadro e responda: Como se diz 35? Como se diz 4? Como se diz 68? Como se diz 92?

Qual seria a origem de sua capacidade de responder corretamente a essas perguntas se os números 35, 47, 68 e 92 não constam do Quadro 1? Essa é a primeira questão que nos ajuda a caracterizar o construtivismo. Dentro dessa teoria de conhecimento, pressupõe-se que o sujeito humano é um sujeito ativo, que organiza sua aprendizagem de modo racional. Por isso, quando um aluno aprende, ele organiza o que aprende e se torna capaz de gerar respostas que não foram ensinadas pelo professor. No Quadro 1 aparecem apenas os números de 1 a 10, depois os números 11, 12 e 13, depois os números 20, 21, 22 e 23, depois os números 30, 31 e 32, depois os números 40, 50, 60, 70,

QUADRO 1			
1 - <i>ichi</i>	10 - <i>ju</i>	20 - <i>niju</i>	30 - <i>sanju</i>
2 - <i>ni</i>	11 - <i>juichi</i>	21 - <i>nijuichi</i>	31 - <i>sanjuichi</i>
3 - <i>san</i>	12 - <i>juni</i>	22 - <i>nijuni</i>	32 - <i>sanjuni</i>
4 - <i>yon</i>	13 - <i>jusan</i>	23 - <i>nijusan</i>	
5 - <i>go</i>			
6 - <i>roku</i>			
7 - <i>sichi</i>			
8 - <i>hachi</i>			
9 - <i>ku</i>			
40 - <i>yoju</i>	50 - <i>goju</i>	60 - <i>rokuju</i>	70 - <i>sichiju</i>
80 - <i>hachiju</i>	90 - <i>kuju</i>		

QUADRO 2	
1 - <i>eins</i>	10 - <i>zehn</i>
2 - <i>zwei</i>	20 - <i>zwanzig</i>
3 - <i>drei</i>	30 - <i>dreissig</i>
4 - <i>vier</i>	40 - <i>vierzig</i>
5 - <i>fünf</i>	50 - <i>fünfzig</i>
6 - <i>sechs</i>	60 - <i>sechzig</i>
7 - <i>sieben</i>	70 - <i>siebzig</i>
8 - <i>acht</i>	80 - <i>achtzig</i>
9 - <i>neun</i>	90 - <i>neunzig</i>
10 - <i>zehn</i>	

80 e 90. Observe que você aprendeu um total de 26 "fatos básicos" sobre os números em japonês mas é capaz de produzir 99 números com auxílio des-

se quadro. O que possibilita essa produção é a sua compreensão do sistema de numeração, que nesse caso é decimal, e das relações entre os rótulos

usados. A posição construtivista enfatiza dois aspectos dessa aprendizagem: (1) o seu caráter gerativo, isto é, sua possibilidade de gerar fatos não aprendidos, e (2) o seu caráter racional, sistemático, estrutural, isto é, o fato de que o sujeito organiza, ele próprio, os fatos aprendidos, em um sistema lógico.

Agora vamos dar outro exemplo. Já sabendo os números em japonês, você vai aprender os números em alemão. Veja os exemplos do quadro 2. Responda: Como se diz 35, 47, 69, 92? Veja que eu suprimi alguns fatos básicos. Você vai ter que completar seu conhecimento como puder.

Agora compare suas respostas com as respostas certas: fünfundreissig, siebenundvierzig, neunundsechzig, zweiundneunzig. Por que você errou? Você gerou respostas a partir de um sistema com uma organização lógica, racional, mas desconhecia uma particularidade do sistema em alemão, o fato de que as unidades são pronunciadas antes das dezenas, ao contrário do nosso sistema. Você não errou por não estar pensando, por não ter raciocinado; errou porque pensou de uma maneira coerente com seus conhecimentos de sistemas numéricos, mas que não é apropriada para o alemão. Vemos, portanto, que tanto erros quanto acertos podem ser gerados por um processo de raciocínio. No caso dos acertos, dizemos que o sujeito conseguiu compreender o sistema; no caso dos erros, o sujeito não compreendeu o sistema. Nesse caso, você não compreendeu porque fatos essenciais à compreensão foram suprimidos. Se constassem do Quadro 2 os números 21, 22 e 23, e 31 e 32, você provavelmente teria acertado. Ainda é possível errar, por distração, pelo hábito de dizer primeiro as dezenas e depois as unidades, ou mesmo por não analisar suficientemente os exemplos. No entanto, esse segundo exemplo nos mostra um outro aspecto salientado pelo construtivismo: a fim de construir a compreensão correta do sistema, é necessária a experiência com todos os aspectos básicos que o caracterizam.

A partir dessas três características do construtivismo, já podemos fazer algumas reflexões sobre o ensino de

matemática. **Primeiro**, o ensino de matemática não pode enfatizar apenas a aprendizagem ou memorização de fatos básicos. Se os alunos apenas memorizam fatos e não compreendem o sistema lógico-matemático a eles relacionado, não poderão gerar novos fatos não ensinados pelo professor. **Segundo**, o professor precisa compreender muito bem o sistema e saber quais são os fatos básicos para apresentá-los ao aluno para reflexão. Quanto ao sistema de numeração por exemplo, a prática habitual em nossas escolas é fazer com que as crianças escrevam em série todos os números de 1 a 9, depois de 10 a 20, por exemplo, depois de 20 a 30 etc.

As dezenas são introduzidas uma a uma.

No entanto, o padrão do sistema só pode ser compreendido quando a criança, sabendo as dezenas, percebe a combinação entre dezenas e unidades.

Um tempo muito grande gasto nos números de 1 a 19 é, na verdade, desfavorável à aprendizagem do sistema, pois a criança estará lidando apenas com os aspectos irregulares, não podendo, pois, formar uma noção da regularidade do sistema. **Terceiro**, a ênfase do professor precisa ser sobre a compreensão do sistema e não sobre a memorização. A compreensão é um processo que leva mais tempo do que a memorização. O aluno precisa de tempo para pensar. A compreensão, às vezes, requer o auxílio de situações que salientem os aspectos a serem compreendidos. A compreensão exige que o aluno perceba as regularidades do sistema, as quais nem sempre estão claras quando misturamos exemplos irregulares com os regulares — como no caso dos rótulos do nosso sistema de numeração. Mas a compreensão não se faz na ausência de exemplos a serem compreendidos; o aluno precisa, de fato, conhecer a sequência de 1 a 9 para perceber a regularidade a partir de vinte. Por outro lado, esse conhecimento não é um pré-requisito: ou seja, não é algo que precisa ser aprendido primeiro para depois introduzirmos os outros números. Quando a criança começa a ver a repetição existente em 21, 22, 23, etc. essa repetição reforça a aprendizagem básica dos números de 1 a 9.

Existem outros pontos de vista sobre a aprendizagem. Por exemplo, uma teoria do conhecimento que é denominada empirismo propõe que aprendemos fatos isolados, e que esses fatos devem ser aprendidos em sua ordem de complexidade, não se podendo passar adiante sem que o que veio anteriormente tenha sido bem memorizado. Dentro dessa posição, a organização do sistema não é importante; cada fato é aprendido como se fosse independente do outro. Essa posição tem pouca aceitação em matemática, uma vez que um dos aspectos mais salientes da aprendizagem da matemática é, de fato, sua coerência em um sistema, até mesmo para o próprio aluno.

Embora tenhamos apresentado exemplos apenas com sistema de numeração, isto se aplica também a outras situações. Vejamos apenas mais um exemplo. O aluno que descobre a relação entre adição e multiplicação, descobre que não precisa memorizar toda a tabuada; pode saber alguns exemplos e gerar outros, a partir da adição. Oito vezes cinco, por exemplo, é fácil; as crianças memorizam com facilidade a tabuada do cinco. Oito vezes seis e oito vezes sete são fatos mais difíceis de memorizar. Mas o aluno que sabe oito vezes cinco, pode passar rapidamente oito vezes seis e oito vezes sete se compreender a relação entre a adição e multiplicação. Para o aluno que não compreende as relações entre adição e multiplicação, a tabuada é exclusivamente uma questão de memória; o que foi aprendido, o que está na memória, pode ser reproduzido; o que não foi aprendido, não pode ser gerado. Para o aluno que compreende as relações entre adição e multiplicação, existe a possibilidade de maior flexibilidade; algumas coisas estão memorizadas, outras não, e estas últimas podem ser geradas, quando for necessário.

Uma segunda posição sobre a origem do conhecimento que difere do construtivismo é chamada racionalismo. O racionalismo reconhece o papel da razão, ou seja, da compreensão na aprendizagem de matemática. No entanto, o racionalismo difere do construtivismo por não atribuir importância aos exemplos específicos no pro-



cesso de aprendizagem; o conhecimento matemático, segundo os racionalistas, seria construído pela dedução. Se ensinarmos ao aluno os axiomas e definições básicas, depois deduzirmos os teoremas, seus corolários, e chegarmos às fórmulas básicas, podemos, a seguir, passar para as aplicações. Os exemplos são o último passo neste processo de ensino, não contribuindo, portanto, para a aprendizagem; seriam aplicações de algo já aprendido. Os professores de matemática certamente reconhecerão que muitos tópicos são ensinados dessa maneira em matemática. No entanto, apesar do racionalismo reconhecer a importância da compreensão e visar a geratividade, pois as aplicações constituem a geração de solução de problemas para exemplos que não foram ensinados, o racionalismo ignora os processos psicológicos de formação de conceitos. Um conceito envolve simultaneamente significantes — letras, números, sinais como $+$, $-$, $>$, $<$, etc — e seus significados. Quando utilizamos esses sinais em definições e demonstrações, pressupomos que o aluno já conhece seu significado. Por exemplo, quando a adição é introduzida na escola, em geral o único significado

que é apresentado para ela é a união de conjuntos — um significado que não esgota todos os significados do sinal de $+$. O aluno terá que chegar a uma compreensão mais ampla do significado desse sinal a partir de situações em que a operação de adição é apropriada. De pouco adiantaria que o professor produzisse uma análise exaustiva dos significados do sinal. Uma lista dos significados da adição seria por demais abstrata, esquemática, geral, não levando o aluno ao conceito de operação de soma. Outro exemplo interessante é o significado de sinais como $>$ ou $<$. Embora esses significantes não se refiram a objetos ou números específicos, é necessário que o aluno compare objetos e números para chegar a compreendê-los. Esse é o aspecto da formação de conceitos que o racionalismo ignora: a importância da experiência que o aluno precisa ter com objetos ou acontecimentos específicos para compreender mesmo conceitos abstratos, relativos, ou que não têm referentes específicos.

Finalmente, uma última característica do construtivismo que será salientada aqui resulta das características anteriores: a idéia de que ninguém

pode transmitir seu conhecimento diretamente ao outro. Se tenho um conceito, não posso passá-lo a meu aluno como posso passar-lhe um lápis ou um livro. O aluno precisa **formar uma compreensão do conceito**. Por melhor que eu explique uma coisa, não posso garantir sua compreensão, porque a compreensão é um ato do aluno e a explicação é um ato do professor. Uma boa explicação pode ser uma das experiências que levam o aluno à reflexão, e, conseqüentemente, a uma nova compreensão de algo. Mas certamente uma explicação não é sempre a melhor maneira de chegar à compreensão. A proposta construtivista enfatiza que é o aluno quem constrói sua compreensão do conceito — e é esta proposta que dá nome à corrente construtivista, em oposição ao racionalismo, que pressupõe que demonstração pela razão, pela lógica é a única origem do conhecimento, e também em oposição ao empirismo, que pressupõe que a experiência com o mundo empírico, sensível provoca o conhecimento no sujeito que percebe o mundo.

Segundo a posição construtivista, o conhecimento não se desenvolve pela

aprendizagem de novos fatos, mas pela construção de novos conceitos, novas compreensões. A diferença entre um aluno que sabe a tabuada de multiplicar até sete, por exemplo, e um que sabe todas as tabuadas de multiplicar é irrelevante do ponto de vista construtivista se ambos compreendem a relação entre adição e multiplicação. Por outro lado, se o aluno que memorizou menos tabuadas compreender a relação entre adição e multiplicação e o outro, que memorizou todas elas, não compreender essa relação, o segundo seria considerado "menos avançado" do ponto de vista construtivista. Se ele esquecer algum fato, não terá meios de construí-lo. O outro, no entanto, pode construir a resposta certa para qualquer fato a partir de sua compreensão.

O ponto de vista construtivista, nesse particular, tem gerado alguns desacordos entre construtivistas. Os mais radicais acreditam que ninguém pode ensinar nada a ninguém, uma vez que é o próprio aluno que tem de construir sua compreensão do conceito. Os menos radicais acham que há muito que pode ser ensinado, se o professor conhecer bem a estrutura psicológica e matemática do que deseja ensinar e criar as situações adequadas para que as reflexões do aluno o levem à compreensão desejada. Lembramos aqui o exemplo do sistema decimal. Um professor que passe muito tempo praticando com seus alunos os números de 1 até 19, não está facilitando sua compreensão do sistema decimal, pois não mostrou ao aluno as regularidades que lhe permitem compreender a formação de números no sistema. Não se pode, portanto, dizer que de um ponto de vista construtivista menos radical não há mais professores e bons professores. Os bons professores conhecem as regularidades básicas que podem levar o aluno a compreender o sistema, sabem que situações podem levá-lo a refletir sobre o significado de certos símbolos matemáticos, usam sistemas simbólicos auxiliares que podem explicitar significados implícitos na representação matemática. Todos esses pontos precisam ser relativizados, levando-se em consideração os conceitos que provavelmente o aluno já desenvolveu;

um bom exemplo para uma criança de primeira série não é necessariamente um bom exemplo para um aluno da quarta série. Os conceitos são construídos pelos alunos a partir de outros conceitos de que dispõem num determinado momento. Um aluno de quarta série deverá dispor de conceitos diferentes daqueles usados pelo aluno de primeira, se a escola estiver cumprindo sua função de promover o desenvolvimento conceitual.

Finalmente, devemos refletir um pouco sobre as críticas que são feitas hoje ao construtivismo. Estas críticas estão relacionadas principalmente ao fato de que, no construtivismo, as diferenças culturais não são devidamente analisadas. Que repercussão tem, por exemplo, a adoção de um sistema de representação de números pelo valor de lugar sobre o pensamento lógico-matemático? Basta que comparemos nosso método de subtrair, usando a notação numérica corrente entre nós com o que teríamos de fazer se utilizássemos a notação numérica romana. Escrevendo o número 138 em romanos como minuendo e o número 49 como subtraendo, veremos logo que os algarismos romanos não facilitam nosso trabalho de computação, ao contrário do que ocorre com a notação indo-arábica que usamos. Essas diferenças, embora culturais, não podem ser ignoradas, pois elas podem ter repercussões sobre a própria compreensão da matemática. Falando português e escrevendo números com o sistema indo-arábico temos mais oportunidade de reconhecer as regularidades do sistema decimal do que escrevendo os números romanos. No sistema indo-arábico, a escrita também é de base decimal; usando o sistema romano, não encontraríamos a mesma coerência entre as regularidades do sistema falado e as do sistema escrito.

Este é um exemplo bem simples, mas claro. Ele nos mostra que atividades desenvolvidas em uma cultura, de uma forma particular, podem tornar mais fácil ou mais difícil o reconhecimento de consistências nos sistemas lógico-matemáticos. Do ponto de vista teórico, portanto, ignorar as diferenças culturais significa ignorar que as pessoas realizam atividades de natureza

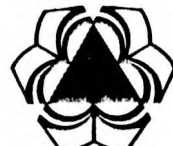
lógico-matemática em diferentes situações e usando diferentes recursos, e que essas situações e recursos têm efeitos sobre a própria organização que damos ao nosso conhecimento. Do ponto de vista educacional, no entanto, ignorar as diferenças culturais torna-se ainda mais grave. A adoção de um currículo baseado apenas em considerações sobre o desenvolvimento de conceitos não leva em conta as necessidades efetivas das pessoas como membros de uma sociedade. Essas necessidades não podem ser desconsideradas na determinação de um currículo. Gostaria de exemplificar esse problema com um exemplo bem simples, retirado de questões levantadas por estudos feitos por David Carraher e seus alunos e por mim mesma com meus alunos, no decorrer dos dois últimos anos. Quando perguntamos a professores de matemática como se calcula a área de um triângulo, todos eles acham a questão muito simples: base vezes altura dividido por dois. No entanto, esse procedimento não resolve os problemas de área de triângulo enfrentados pelos pequenos



produtores rurais, que não conhecem as dimensões de suas terras triangulares em termos de base e altura, mas em termos dos lados do triângulo. Apesar de todos os professores com quem falamos, informalmente, conhecerem o teorema de Pitágoras e, portanto, conhecerem os "fatos básicos" que precisavam para passar à resolução dos problemas efetivamente encontrados pelos pequenos agricultores, nenhum deles sabia resolver o problema a partir dos dados disponíveis aos pequenos agricultores, as dimensões dos lados do triângulo. Esse exemplo simples salienta que temos ensinado aos nossos alunos fatos básicos a partir dos quais se pode encontrar a solução para problemas que aparecem fora da sala de aula sobre a área do triângulo. No entanto, não temos ensinado aos nossos alunos o que talvez eles, de fato, precisem saber sobre área de triângulos, pois não temos sequer consciência de que os triângulos encontrados pelos alunos não poderão ser medidos de forma a produzir a medida da altura. A ausência de consciência da repercussão social do conhecimento ensinado na escola é tal, entre professores de matemática, que muitos não sabem dar um só exemplo da utilidade da equação de segundo grau - e não só não se preocupam com a questão, como continuam ensinando o tópico sem qualquer questionamento de por que o fazem. Isto não significa que a matemática deve ser ensinada apenas para a solução de problemas da vida diária. Significa que, ao delinearmos um currículo para o primeiro grau, que é considerado uma fase de educação básica, para todos, temos o dever de procurar o sentido do que ensinamos, fazendo escolhas que beneficiem os alunos. Alguns querem propor a existência de uma ordem imutável no ensino de conceitos matemáticos, argumentando que não sabem porque ensinam equação de segundo grau ou trigonometria, mas que esses conceitos certamente são básicos para a aprendizagem posterior de matemática. Essa crença, no entanto, é baseada mais sobre intuições do que sobre demonstrações efetivas da precedência de um conceito sobre outro. Ainda que as equações de segundo grau estejam implicadas, por exemplo, na

resolução de certos problemas em Ciências, por que elas fazem parte do currículo de uma determinada série? Por que não poderia o próprio professor de Ciências, que é quem poderá apresentar situações que exigem esse modelo matemático, discutir o modelo matemático ao ensinar sobre o fenômeno com que está lidando? Na verdade, se a ordem atual de aquisição dos conceitos fosse tão imutável não deveríamos ter, como temos hoje, grandes divergências entre as ordens utilizadas no ensino em diferentes países. Por exemplo, alguns ensinam frações ordinárias e depois frações decimais. Outros ensinam frações decimais e depois ordinárias. Estudos comparativos têm mostrado a existência de dificuldades semelhantes na compreensão dos números decimais em países que adotam métodos diferentes, como a França e os Estados Unidos. Uma posição estritamente construtivista, que não considere as necessidades dos países, pode resultar na sugestão de que essa ou aquela ordem deve ser adotada em ambos os países, independentemente do fato de que as frações decimais são muito mais comuns, no uso diário na França, do que as ordinárias, enquanto que o uso de polegadas e pés determina uma utilização extremamente frequente de frações ordinárias nos Estados Unidos. Essas considerações não podem estar ausentes dos currículos de matemática; são considerações de ordem social e cultural, que nos levam a querer saber qual dos dois conceitos será mais útil e terá maiores repercussões na vida do indivíduo. O que não podemos esquecer é que o conhecimento é um instrumento de dominação e que certos aspectos da matemática oferecem maior poder de dominação do que outros em circunstâncias sociais diferentes. A matemática oral, por exemplo, permite ao feirante dominar o freguês; a matemática escrita permite ao dono da fábrica dominar o operário. ●

Terezinha Nunes Carraher
Mestrado em Psicologia da
Universidade Federal de Pernambuco



FUNDO
AMAE
PARA EDUCAÇÃO
CULTURAL

Presidente

Leda Botelho Martins Casasanta

Vice-Presidente

Dalva Cifuentes Gonçalves

Secretária:

Elza de Moura

Colegiado

Ajax Gonçalves Ribeiro, Alda Lodi, Célia Sanches, Celuta Noronha, Clélia Maria Pelizari, Elza de Moura, Felipe Machado Cury, Henriette Maria Félix Penna, Hortência Gatti Queiroga, Ivanda Alvarenga Bottrel, Lúcia Maria Nicodemo Lopes, Margarida Michel, Maria Antonieta Bianchi, Maria Auxiliadora Campos Araújo Machado, Maria da Conceição Santiago, Maria Emília Gomes Pereira, Maria Inês Bizzoto Soares, Maria de Lourdes Esperança Oliveira, Maria Luísa Rocha Amorim, Marly Moysés Marques da Silva Araújo, Martha da Cunha Fernandes, Sônia Fiuza da Rocha Castilho, Raymundo Nonato Fernandes, Terezinha Casasanta, Vicente Porto de Menezes, Zeni Maria Drumond.

Conselho de Administração

Elza de Moura, Maria Auxiliadora Campos Araújo Machado, Maria Helena de Andrade, Maria de Lourdes Esperança Oliveira, Marly Moysés Marques da Silva Araújo, Martha da Cunha Fernandes, Raymundo Nonato Fernandes.

Suplentes

Ajax Gonçalves Ribeiro

Célia Sanches

Conselho Fiscal

Celuta Noronha Penna Soares

Hortência Gatti Queiroga

Margarida Magda Machado Michel

Suplente

Zeni Maria Drumond

Superintendente

Scyomara Ribeiro de Almeida

Divisão de Estudos e Projetos

Maria da Anunciação Duarte

Carvalho - Diretora

Arlete Duarte Silva

Maria Odília Figueiredo de Simoni

Rosa Emília de Araújo Mendes

Divisão de Expansão

Maria de Lourdes Dias

Sampaio - Diretora

Divisão de Pessoal, Material e

Finanças

Magda Maria de Carvalho - Diretora

Divisão de Publicação

Gilda Pazzini Lodi - Diretora

Cristina Elizabeth de Vasconcelos Ministério

Vera Lúcia Pyramo Costa

CENTRO CULTURAL

Marly Moysés Marques da Silva Araújo

Diretora

Anna Izabel Ferreira

Vice-Diretora

MATEMÁTICA

Usando o dinheiro para ensinar o Sistema de Numeração Decimal

Matemática da rua para a escola

TEREZINHA NUNES CARRAHER
ANALÚCIA DIAS SCHLIEMANN

As crianças aprendem muita matemática na vida diária. Quando compram alguma coisa, por exemplo, têm de contar o dinheiro para pagar e conferir o troco. A contagem do dinheiro é um tipo especial de contagem. Quando as crianças contam objetos, elas estabelecem uma correspondência um a um entre os objetos e nas palavras usadas na contagem; na contagem de objetos, não entram as idéias de valor absoluto e valor relativo. Quando contam dinheiro, as crianças têm de prestar atenção a esses dois tipos de valor: as moedas têm que ser contadas de uma em uma (o que corresponde ao valor absoluto) mas a contagem do dinheiro exige que as crianças considerem, ao mesmo tempo, o valor das moedas (o valor relativo, no caso). Por isso, contar dinheiro ajuda as crianças a compreenderem a decomposição dos números: uma quantia maior, como 68, por exemplo, é representada pela repetição de quantias menores, neste caso por 6 notas de 10 e 8 notas de um. Todas essas idéias — de valor relativo e absoluto, de decomposição e de repetição de um valor igual — são básicas tanto para a compreensão do sistema decimal como para a compreensão de propriedades importantes das operações aritméticas.

Carraher (1985), considerando estudos anteriores (Carraher, Carraher e



Schliemann (1982, 1985), Carraher e Schliemann, 1983), teve a idéia de que mesmo crianças de Pré-Escolar e adultos analfabetos podem demonstrar compreensão das noções básicas do sistema decimal a partir de sua experiência com dinheiro, embora nunca tenham recebido instrução sistemática na escola sobre o sistema de numeração. Utilizando um sistema monetário de brinquedo, em que fichas cortadas de papel colorido representavam moedas de vários valores, Carraher analisou a compreensão de três aspectos do sistema. O primeiro voltava-se para a compreensão do valor relativo. Por exemplo, ela separava três fichas amarelas, valendo um cruzeiro, para si mesma e dava três fichas vermelhas, valendo dez cruzeiros, para o examinando, perguntando, em seguida, quem tinha mais dinheiro. Os examinandos que não compreendessem a idéia de valor relativo diriam que ambos tinham a mesma quantidade, enquanto que aqueles que compreendessem a noção de valor relativo responderiam que quem tem três moedas de dez tem mais do que quem tem três moedas de um. O segundo aspecto analisado foi a habilidade de contar as moedas levando em consideração o valor relativo sem, no entanto, misturar moedas de valores diferentes. Nesse caso, os examinandos deviam pagar ao examinador quantias como Cr\$ 7,00, Cr\$ 60,00 ou Cr\$ 200,00,

pode auxiliá-las. Após um pouco de prática com esse tipo de problema, a professora pode mostrar como os adultos gostam de anotar essas trocas de dez moedas de valor menor por uma de valor maior. A regra do "vai um" surgirá naturalmente, sem ser preciso que a professora trabalhe com os algarismos como se eles não tivessem um valor relativo — o que sempre fazem, ao ensinar o "vai um" (na verdade, nunca "vai um", pois temos situações onde "vão dez", "vão cem", "vão mil" etc, mas nunca vai um).

O trabalho com subtração envolve uma abordagem um pouco diferente. Ele é importante para cada aluno, para anotar quanto dinheiro tem após a realização de uma compra. O aluno representará com dinheiro e anotará no papel aquilo que tem. Depois, anota no papel sua despesa com um item, retirando essa quantia usada no pagamento daquilo de que já dispunha. Ao tentar pagar, por exemplo, Cr\$ 28,00, quando dispõe apenas de 5 notas de um e 7 de dez, o aluno não saberá o que fazer. Ele tem mais dinheiro do que precisa, mas não tem 8 notas de um para fazer o pagamento. A solução é ir ao Banco, trocar uma nota de dez por dez notas de um, anotar essa troca no papel, fazer o pagamento e anotar quanto tem depois da despesa. A subtração com reagrupamento é compreendida pelos alunos sem dificuldades nestas circunstâncias, aparecendo como a forma óbvia de resolução do problema.

Que vantagens existem de se trabalhar em sala de aula com um sistema monetário ao invés dos blocos usados tradicionalmente — o chamado "material dourado" ou blocos de Dienes? Em primeiro lugar, há uma vantagem com relação à motivação. As crianças gostam de brincar de lojinha e não têm o mesmo gosto trabalhando com os blocos de Dienes. Em segundo lugar, o conhecimento extra-classe das crianças torna-se relevante, reconhecido em sala de aula, oficial. A aprendizagem escolar passa a beneficiar-se daquela que ocorre em consequência das práticas diárias. Em terceiro lugar, o dinheiro já é usado nas situações quotidianas como apoio para a realização de cálculos em situações de compra e venda. A aprendizagem es-

colar terá, portanto, mais chance de transferir-se para a vida e de tornar-se relevante quando o dinheiro for usado como auxílio para a compreensão do sistema decimal do que quando usarmos materiais que nada têm a ver com a vida da criança. Finalmente, não há despesas expressivas no preparo do material. Por isso, o material pode ser usado por todas as crianças na sala de aula, sem receio, sem limitações, sem discriminações de escolas. Este é um aspecto prático, mas, nem por isso, menos importante. ●

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carraher, T. N. *O desenvolvimento mental e o sistema numérico decimal*. Em T. N. Carraher (Org.) *Aprender Pensando*. 3ª edição, Petrópolis, Vozes, 1988 (1ª edição: 1983).

Carraher, T. N. *The decimal system: Understanding and notation*. Em L. Streefland (Org.) *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, Utrecht, Holanda, University of Utrecht, 1985.

Carraher, T. N. & Schliemann, A.D. *Fracasso escolar: uma questão social*. *Cadernos de Pesquisa*, 45, 1983, 3-19.

Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A.D. *Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática*. *Cadernos de Pesquisa*, 1982, 42, 79-86.

Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A.D. *Mathematics in the streets and in schools*. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 1985, 21-29

Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A.D. *Written*

and oral mathematics. *Journal for Research on Mathematics Education*, 1987, 18, (2), 83-97.

Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A.D. *Na vida, dez, na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática*. Em T. N. Carraher, A.D. Schliemann, & D. W. Carraher (Org.), *Na Vida Dez, na Escola Zero*. São Paulo, Editora Cortez, 1988a.

Carraher, T. N. Carraher, D. W. & Schliemann, A.D. *Matemática escrita versus matemática oral*. Em T. N. Carraher, A.D. Schliemann, & D. W. Carraher (Org.), *Na Vida Dez, na Escola Zero*. São Paulo, Editora Cortez, 1988b.

Carraher, T. N. Schliemann, A.D. & Carraher, D. W. *Na Vida Dez, na Escola Zero*. São Paulo, Editora Cortez, 1988c.

Carraher, T. N., Schliemann, A.D. & Carraher, D. W. *Mathematical concepts in everyday life*. Em G. Saxe e M. Gearhart (org.) *Children's Mathematics, New Directions for Child Development*. San Francisco, Jossey Bass, 1988d.

Terezinha Nunes Carraher e
Analúcia Dias Schliemann
Mestrado em Psicologia da
Universidade Federal de
Pernambuco

“As regras que a escola ensina, muitas vezes, são transmitidas sem a necessária ênfase em seu significado. . .”

que eram obtidas pela utilização de várias moedas de um mesmo valor. O terceiro aspecto analisado foi a *habilidade de contar dinheiro combinando moedas de diferentes valores*. Essas três habilidades estavam presentes em adultos analfabetos, os quais sabiam resolver problemas de adição e subtração e lidar com dinheiro mas não necessariamente escrever e ler números. As crianças do Pré-Escolar, aparentemente, estavam desenvolvendo essas habilidades, sendo que a aquisição, provavelmente, segue a ordem em que elas foram mencionadas acima.

Os jovens que vendem pipocas, doces, frutas, etc, na rua — e, portanto, lidam muito com dinheiro — são excelentes no cálculo oral, compreendendo as noções de decomposição, repetição do mesmo valor, valor relativo e valor absoluto. Carraher, Carraher e Schliemann (1982, 1988a) observaram que seu desempenho em matemática é muito melhor na rua do que na escola. Na rua, os jovens responderam corretamente a 98% dos problemas que lhes foram apresentados enquanto que, numa situação semelhante à da escola, acertaram 37% dos exercícios de cálculo e 67% dos problemas orais. Enfatizamos aqui que os números apresentados nas questões nas três situações foram os mesmos. Carraher, Carraher e Schliemann (1987, 1988b) observaram também as formas de resolução de problemas usadas por crianças de camadas populares, encontrando, nessas crianças, uma preferência pelo cálculo oral em situações semelhantes às da vida diária, como uma vendinha simulada, e uma preferência pelo cálculo escrito ao resolver exercícios de cálculo (operações). Estas tendências refletem a ideologia transmitida na escola de que “matemática mesmo se faz no caderno, por escrito”, enquanto que o cálculo oral só é bom para a rua. No entanto, essas

crianças mostram um desempenho claramente superior em seus cálculos orais do que em seus cálculos por escrito. Não só acertam muito mais como também demonstram suas habilidades lógicas de modo muito mais claro calculando oralmente.

As adições e subtrações orais são realizadas diferentemente das escritas, por um método que Carraher, Carraher e Schliemann denominaram **decomposição**. Na decomposição, a criança separa os números em partes menores e opera sobre as partes, sequencialmente. Por exemplo, ao subtrair 35 de 200 as crianças geralmente procediam como R., 8 anos, 3ª série: “Se fosse 30, dava 70. Mas é 35, então é 65, 165”. Carraher, Schliemann e Carraher (1988c,d) mostraram que o processo de decomposição usado pelas crianças baseia-se nas mesmas propriedades das operações aritméticas usadas quando se faz o cálculo escrito da maneira ensinada na escola. No entanto, as regras que a escola ensina muitas vezes são transmitidas sem a necessária ênfase em seu significado, enquanto que a matemática oral mantém o valor relativo dos números durante seu processamento.

Aplicações educacionais

Carraher e Schliemann (1983) e Carraher (1983) desenvolveram, a partir desses estudos, um sistema de dinheiro de brincadeira (que, informalmente, denominamos “dinheiro chinês”), que pode ser usado na sala de aula para dar às crianças a oportunidade de compreenderem três tópicos básicos do currículo de matemática do primeiro grau: (1) as propriedades básicas do sistema decimal (valores absoluto e relativo e a geração de qualquer quantidade maior a partir de quantidades menores repetidas e combinadas); (2) a relação entre essas propriedades e

a escrita de números pelo valor de lugar; e (3) a relação entre o sistema decimal, a notação pelo valor de lugar e os algoritmos escolares para a resolução de operações aritméticas.

O “dinheiro chinês” é introduzido na sala de aula em jogos de faz-de-conta de vendinha. As cores codificam o valor; por exemplo, fichas amarelas valem um cruzeiro, fichas vermelhas valem dez cruzeiros e fichas azuis valem cem cruzeiros. Estas fichas são simples quadrinhos de papelão duro, colorido, o que as torna acessíveis a qualquer escola, por mais pobre que seja. Inicialmente, os alunos brincam em pares numa situação de venda simulada, em que um faz o papel de comprador e o outro de vendedor. O comprador tem nove fichas de cada valor





e deve mostrar ao vendedor as quantidades de dinheiro (não vale cobrar mil cruzeiros ou mais) que o vendedor quiser que ele pague por itens à venda. O vendedor tem que conferir o dinheiro. Nesse momento, o dinheiro não passa, de fato, do comprador para o vendedor; fica tudo na base do faz-de-conta. O professor deve assegurar-se de que as quantias usadas exigem a combinação de valores diferentes, o que é importante para que as crianças tenham que lidar com todos os aspectos do sistema. A seguir, os alunos aprendem a registrar as quantidades de dinheiro. Eles recebem folhas de papel que têm três cores assinaladas no topo, na ordem notas de cem, de dez e de um, com as iniciais dos valores representadas dentro das marcas coloridas. Os alunos aprendem a escrever em cada coluna quantas moedas de cem, dez e um foram necessárias para se obter uma quantidade determinada. Em outras ocasiões, a professora entrega aos alunos listas de preços e pede que eles contem as quantidades de dinheiro indicadas nas listas. Nesta

tarefa, os alunos também trabalham aos pares, conferindo o trabalho um do outro.

Quando os alunos já compreendem bem o uso desse sistema monetário, começam a receber seu próprio dinheiro e a realizar transações de compra e venda. Nesse momento, o dinheiro mudará das mãos do comprador para as mãos do vendedor e os papéis de comprador e vendedor terão que ser mudados com frequência para que ninguém fique sem dinheiro. A professora cria, então, um Banco, onde os alunos podem realizar trocas quando necessário. Por exemplo, se o vendedor precisa de 8 notas de um cruzeiro para dar de troco e não tiver 8 notas, ele irá ao Banco com uma nota de dez cruzeiros, que será trocada por dez notas de um. Inicialmente, todas as transações são orais. Desta forma, as crianças têm a oportunidade de concentrar sua atenção sobre o valor das moedas e o processo de trocas.

Uma nova complicação será introduzida no jogo mais tarde, quando as crianças passam a comprar dois obje-

tos, de uma só vez, adicionando os preços e realizando os pagamentos. Os procedimentos orais serão usados primeiro, deixando-se que os alunos usem o dinheiro como apoio para o cálculo. Eles devem aprender, nesse momento, a trocar também o dinheiro toda vez que tiverem mais de 9 notas de um só tipo como resultado de uma soma. Os procedimentos escritos serão introduzidos posteriormente, como uma forma de notação das transações (a professora podendo levantar a questão do controle que cada um pode querer ter de seu dinheiro). Ao fazer a notação das compras múltiplas, as crianças devem representar os preços dos vários itens com o dinheiro e, posteriormente, no papel; a seguir, as moedas do mesmo valor devem ser somadas e trocadas pelas de maior valor quando houver mais de nove moedas de um mesmo valor. Finalmente, as crianças devem anotar os resultados. Algumas crianças desenvolvem suas próprias notações para o "vai um". Outras têm dificuldades em encontrar uma notação, e a professora